F 1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 1–2

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1976

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 1–2

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1976

COLEGIUL DE REDACŢIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOŢIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. ing. A. MARCHIŞ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (preşedinte)

COMITETUL DE REDACŢIE AL SECŢIEI

III. ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

Prof. dr. doc. N. V. BOŢAN
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU
Prof. dr. ing. LEOPOLD SEBASTIAN

REDACŢIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tomul XXII (XXVI), fasc. 1–2 1976

ORSZÁGOS MŰSZAKI KÖNYVTÁR ÉS DOKUMENTÁCIÓS KÖZPONT 1883

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

SUMAR

	Pag.
H. ROSMAN, Transferul puterii active maxime prin cuadripoli liniari care alimentează un receptor neliniar, inerţial, în regim permanent sinusoidal (germ., rez. rom.)	7
S. MITREA, Oscilaţii simetrice şi nesimetrice de regim permanent în circuitul ferorezonant serie (I) (engl., rez. rom.)	17
I. POPESCU, Studiul regimului tranzitoriu în circuitul dubluferorezonant, cu neliniaritate slabă, prin metoda asimptotică (rom., rez. germ.)	23
M. ANTONESCU, Asupra unui model îmbunătăţit în vederea precizării răspunsului de regim forţat al bobinei neliniare comandate prin reacţie (germ., rez. rom.)	33
V. COSMA, Oscilatoare de relaxare cu o dependenţă liniară a frecvenţei de un parametru al elementului reactiv (engl., rez. rom.)	43
N. THIRER, Posibilitatea liniarizării caracteristicilor $R(I_h)$ şi $R(U_h)$ ale termistorului cu încălzire indirectă (germ., rez. rom.)	49
EL. LUCANU şi ADR. CREŢU, Consideraţii asupra funcţionării în regim tranzitoriu de scurtcircuit a transformatorului de curent liniar, compensat electronic (rom., rez. franc.)	57
L. TURIC, AL. VALACHI şi R. SIREŢCHI, Convertoare tensiune – durată şi tensiune – frecvenţă cu comanda de tensiune şi gamă largă de reglare (rom., rez. franc.)	63
AL. SIMION, Cu privire la studiul maşinii reactive monofazate cu înfăşurare divizată şi redresor în înfăşurarea suplimentară, funcţionînd la tensiune sinusoidală (germ., rez. rom.)	69
GH. LIVINŢ şi L. CANTEMIR, Calculul inductanţelor înfăşurărilor plane într-un strat (rom., rez. rusă)	77
I. BEJAN, I. ŢIŢARIU, CR. PAL şi D. ASANDEI, Contribuţii privind influenţa insensibilităţii elementului de măsură din schema de comparaţie asupra erorilor de discontinuitate ale protecţiilor de impedanţă (rom., rez. franc.)	81
CL. BOTEZ, V. PRISĂCARU şi G. SAVITESCU, Calculul fotometric al instalaţiilor de iluminat interior cu ajutorul modelelor electrice (rom., rez. rusă)	89

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Tom XXII (XXVI), Fasc. 1—2 1976

Section III

ELECTROTECHNICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

H. ROSMAN, Die Übertragung der maximalen Wirkleistung durch lineare Vierpolen die einen nichtlinearen, trägen, in stationärem sinusförmigen Zustand Verbaucher speisen (German, Romanian summary) 7

S. MITREA, Symmetrical and Unsymmetrical Steady-state Oscillations in the Series Ferroresonance Circuit (I) (English, Romanian summary) 17

I. POPESCU, Untersuchung mit Hilfe der asympthotischen Methode des Übergangsprozess im zweifachen Ferroresonanskreis mit schwacher Nichtlinearität (Romanian, German summary) 23

M. ANTONESCU, Über ein verbessertes Modell zur Bestimmung der gezwungenen Antwort der nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spule (German, Romanian summary) 33

V. COSMA, Relaxation Oscillators with a Linear Frequency Characteristic as a Function of Parameter of the Reactive Element (English, Romanian summary) 43

N. THIRER, Die Möglichkeit der Linearisierung der Kennwerte $R(I_h)$ und $R(U_h)$ des indirekt geheizten Thermistors (German, Romanian summary) . . . 49

EL. LUCANU et ADR. CREȚU, Considérations concernant le fonctionnement en régime transitoire de court-circuit du transformateur linéaire de courant, à compensation électronique (Romanian, French summary) 57

L. TURIC, AL. VALACHI et R. SIREȚCHI, Convertisseurs tension — durée et tension — fréquence commandés par tension et à large gamme de réglage (Romanian, French summary) 63

AL. SIMION, Studium der mit Sinusspannung gespeisten Einphasen-Reluktanzmaschine mit geteilter Wicklung und Gleickrichter in der Zusatzwicklung (German, Romanian summary) 69

GH. LIVINȚ et L. CANTEMIR, Le calcul des inductances des enroulements plats à une seule couche (Romanian, Russian summary) 77

I. BEJAN, I. ȚIȚARIU, CR. PAL et D. ASANDEI, Contributions concernant l'influence de l'insensibilité de l'élément de mesure du schéma de comparaison sur les erreurs de discontinuité des protections d'impédance (Romanian, French summary) 81

CL. BOTEZ, V. PRISĂCARU and G. SAVITESCU The Photometric Calculation of the Lightingh Installations using Electrical Models (Romanian, Russian, summary) 89

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXII (XXVI), Вып. 1—2 1976

Секция III

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

Стр.

Г. РОСМАН, Передач активного мощности через линейными четырехполюсниками питающие нелинейный, инерционный приемник, в синусоидальном установившемся режиме (нем., рез. рум.) ; . . . 7

С. МИТРЯ, Симметричные и несимметричные колебания в последовательной феррорезонантной цепи (I) (англ., рез. рум.). 17

И. ПОПЕСКУ, Изучение переходного режима в двухферрорезонантной цепи при слабой нелинейности, используя асимптотический метод (рум., рез. нем.) 23

М. АНТОНЕСКУ, Улучшеная модель для исследования установившегося режима в нелинейной катушке управленна обратной связью (нем., рез. рум.) 33

В. КОСМА, Релаксационные генераторы представляющие линейную зависимость частоты от одного параметра реактивного элемента цепи (англ., рез. рум.) ; 43

Н. ТИРЕР, Возможность получения линейных характеристики $R(I_h)$ и $R(U_h)$ косвенного подогрева термистора (нем., рез. рум.) 49

ЕЛ. ДУКАНУ и АДР. КРЕЦУ, О работе в переходном режиме короткого замыкания линейного трансформатора тока с электронной компенсаций (рум., рез. франц). 57

Л. ТУРИК, АЛ. ВАЛАКИ и Р. СИРЕЦКИЙ, Преобразователи напряжения — время и напряжения — частота управляемые напряжением и с высокие возможности регулирования (рум., рез. франц.) 63

АЛ. СИМИОН, К изучению однофазной реактивной машины, работающей при синусоидальном напряжении, с дробной обмоткой и с выпрямителем в дополнительной обмотке (нем., рез. рум.) 69

Г. ЛИВИНЦ и Л. КАНТЕМИР, Расчет индуктивностей плосковых однослойных обмотках (рум., рез. русск.) 77

И. БЕЖАН, И. ЦИЦАРИУ, К. ПАЛ и Д. АСАНДЕЙ, К вопросу о действий нечуствительности измерительного элемента схемы сравнения на погрешности непоследовательности импедансных защитах (рум., рез. франц.) 81

КЛ. ВОТЕЗ, В. ПРИСЭКАРУ и ДЖ. САВИТЕСКУ, Фотометрический расчет установок внутреннего освещения при помощи электрическов образцов (рум., рез. русск.). 99

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K. 621.392.5 : 621.316

DIE ÜBERTRAGUNG DER MAXIMALEN WIRKLEISTUNG DURCH LINEARE VIERPOLEN DIE EINEN NICHTLINEARENE TRÄGEN, IN STATIONÄREM SINUSFÖRMIGEN ZUSTAND VERBRAUCHER SPEISEN

VON

HUGO ROSMAN

1. Einleitung

In einer vorherigen Arbeit [1] wurde das Problem der Übertragung der maximalen Wirkleistung durch nichtlineare, träge Zweipolen, in stationärem sinusförmigen Zustand, genau untersucht. Bei dieses Gelegenheit wurde auch einen Satz der maximalen Wirkleistungübertragung durch solchen Zweipolen festgestellt.

Im Folgenden bezweckt man ein ähnliches Studium betreffend die Übertragung der maximalen Wirkleistung durch Vierpolen in einen partikulären aber, praktisch, wichtigen Falle, und zwar im Falle eines linearen Vierpoles und eines nichtlinearen, trägen Verbrauchers. Die Lösung des allgemeineren Problems, in dem der Vierpole auch nichtlinear ist scheint, zur Zeit, zu Kompliziert zu sein.

Die Ergebnisse lassen sich einfach verbinden mit dem Problem der maximalen Wirkleistungübertragung durch lineare oder nichtlineare träge Zwei- oder Vierpolen, durch *ferroresonanten* Kreisen, deren nichtlinearen Elemente als träge betrachtet sind.

Übrigens, das Studium der nichtlinearen Kreisen über Angleichung der reellen, nichtlinearen, nichträgen Elementen durch anderen, äquivalenten, trägen, hat sich als vorteilhaft nachgewiesen und wurd mit interessanten Ergebnissen auch von anderen Verfassern benutzt (z. B. [2]).

Unter Anwendung des in [3] angegebenen Verfahrens lassen sich einfache Beziehungen feststellen für die statischen Parametern des nichtlinearen, nichtträgen, aber als träge betrachteten Elementen. So: a) ein nichtlinearer, träger Wiederstand lässt sich folgender maßen berechnen:

$$R = a_1 + \frac{3}{4} a_3 I_m^2, \ (a_1 > 0, \ a_3 \gtrless 0); \tag{1}$$

b) die induktive Reaktanz einer nichtlinearen, trägen Spule mit der Beziehung:

$$X_L = b_1\omega - \frac{3}{4} b_3 \omega I_m^2, \ (b_1 > 0, b_3 \gtrless 0); \tag{2}$$

c) die Kapazitive Reaktanz eines nichtlinearen, trägen Kondensator mit der Beziehung

$$X_C = \frac{c_1}{\omega} + \frac{3c_3}{4\omega^3} I_m^2, \ (c_1 > 0, \ c_3 \gtrless 0), \tag{3}$$

wobei I_m die Amplitude und ω die Winkelgeschwindigkeit des sinusförmigen, durch den nichtlinearen, trägen, betrachteten Element fließenden Strom bedeuten.

Da der Funktionierungszustand des untersuchten Kreises stationär und sinusförmig ist, die Bestimmung der Bedingungen der Übertragung der maximalen Wirkleistung durch den linearen Vierpol zu den nichtlinearen, trägen Verbraucher hängt mit dem selben Problem im Falle eines linearen Verbrauchers. zusammen. Angenommen gegeben sei ein zweitoriger, linearer, passiver und gegenseitiger Vierpol, mit den Gleichungen :

$$\begin{bmatrix} \underline{U}_1 \\ \underline{I}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \underline{A}_{11} & \underline{A}_{12} \\ \underline{A}_{21} & \underline{A}_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \underline{U}_2 \\ \underline{I}_2 \end{bmatrix}, \tag{4}$$

mit

$$\det |A_{st}| = 1, \ (s, \ t, = 1, 2), \tag{5}$$

die Übertragung der maximalen Wirkleistung zu einem passiven, linearen Verbraucher erfolgt wenn : a) die Parametern des Vierpoles der mit einer sinusförmigen mit konstanter Effektivwert Spannungsquelle erregt ist, sind (z. B. [4]) :

$$R_{2P_2(U_1)_{\max}} = \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}}, \qquad X_{2P_2(U_1)_{\max}} = \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}}; \tag{6}$$

b) soll der Vierpole von einer ähnlichen Stromquelle gespeist, die Parametern des Verbrauchers sind [5] :

$$R_{2P_2(I_1)_{\max}} = \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}}, \qquad X_{2P_2(I_1)_{\max}} = \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}}. \tag{7}$$

2. Die Sätze der Übertragung der maximalen Wirkleistungübertragung durch lineare Vierpolen die einen nichtlinearen, nichträgen, aber träge betrachteten Verbraucher speisen

Da die statischen Parametern des nichtlinearen, trägen Verbrauchers Funktionen des Erregungsamplitude sind :

$$R_2 = R_2(A_m), \quad X_2 = X_2(A_m), \tag{8}$$

wobei A_m die Amplitude des Spannung oder des Stromes bedeutet, die Bedingungen (6) und (7) der maximalen Wirkleistungübertragung werden :

$$R_2(A_m) = \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}}, \qquad X_2(A_m) = \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}}, \tag{9}$$

bzw.

$$R_2(A_m) = \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}}, \qquad X_2(A_m) = \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}}. \tag{10}$$

Für die in der Abb. 1 angedeuteten Fälle ist es vorteilhaft die Parametern R_2, X_2 des Verbrauchers als Funktionen der Stromamplitude I_{2m} zu betrachten, um die Ausdrücke (1) ... (3) verwenden zu können. In diesen Bedingungen lassen sich folgende Sätze abfassen :

A. Satz der maximalen Wirkleistungübertragung durch einen linearen, mit sinusförmiger Spannung erregten Vierpol zu einem nichtlinearen, trägen, in stationärem sinusförmigen Zustand arbei-

tenden Verbraucher. *Die hinreichenden und nötigen Bedingungen damit ein zweitoriger, linearer, gegenseitiger, passiver, mit sinusförmiger Spannung erregter Vierpol, die maximale Wirkleistung einen passiven, nichtlinearen, trägen Verbraucher überträgt sind, daß die Gleichungen:*

$$\rho^{(U_1)}(I_{2m}) = 0, \quad \xi^{(U_1)}(I_{2m}) = 0, \tag{11}$$

wobei

$$\rho^{(U_1)}(I_{2m}) = R_2(I_{2m}) - \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2}, \quad \xi^{(U_1)}(I_{2m}) = X_2(I_{2m}) - \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2} \tag{12}$$

wenigstens einen gemeinsamen, reellen Wurzel zulassen.

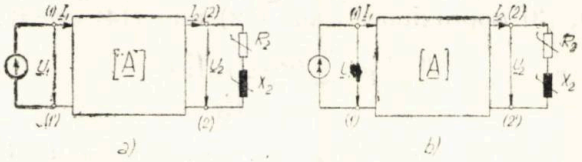


Abb. 1

B. Satz der maximalen Wirkleistungübertragung durch einen linearen, mit sinusförmigen Strom erregten Vierpole, zu einem nichtlinearen, trägen, in stationärem, sinusförmigen Zustand arbeitenden Verbraucher. *Die hinreichenden und nötigen Bedingungen damit ein zweitoriger, linearer, gegenseitiger, passiver, mit sinusförmigen Strom erregter Vierpol, die maximale Wirkleistung einem passiven, nichtlinearen, trägen Verbraucher überträgt sind, daß die Gleichungen:*

$$\rho^{(I_1)}(I_{2m}) = 0, \quad \xi^{(I_1)}(I_{2m}) = 0, \tag{13}$$

wobei

$$\rho^{(I_1)}(I_{2m}) = R_2(I_{2m}) - \frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)}{A_{21}^2}, \quad \xi^{(I_1)}(I_{2m}) = X_2(I_{2m}) - \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)}{A_{21}^2} \tag{14}$$

wenigstens einen gemeinsamen, reellen Wurzel zulassen.

Bemerkung. Im Falle eines linearen Vierpoles der entweder von einer sinusförmigen Spanungs- oder Stromquelle gespeist wird und dessen Last ein linearer, passiver Verbraucher ist, besteht ein einziger Arbeitsvorgang in dem die maximale Wirkleistungübertragung erfolgt. Wird der Verbraucher nichtlinear und träge, bestehen entweder mehrere solcher Zustände, oder keiner.

3. Der allgemeine Fall

Betrachtet wird ein zweitoriger, linearer, passiver, gegenseitiger Vierpol (ZLPGV), erregt von einem sinusförmigen Spannungs- oder Stromgenerator (Abb. 2 *a* oder 2 *b*), belastet von einem Verbraucher der aus einer

Reihenschaltung *RLC* besteht. Jeder Element dieser Schaltung (Widerstand, Spule oder Kondensator) ist nichtlinear und träge.

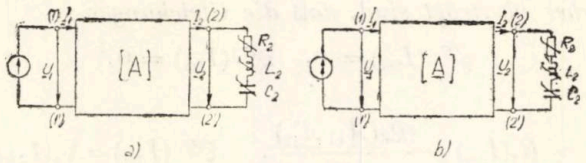


Abb. 2

Werden die Zusammenhänge $R_2(I_{2m})$, $X_{L_2}(I_{2m})$, $X_{C_2}(I_{2m})$ mit den Ausdrücken (1)...(3) approximiert, aus (12) und (14) erhält man:

$$(15)\qquad \begin{cases} \rho^{(U_1)} = a_1 + \dfrac{3}{4} a_3 I_{2m}^2 - \dfrac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2}, \\ \xi^{(U_1)} = b_1\omega - \dfrac{c_1}{\omega} - \dfrac{3}{4}\left(b_3\omega + \dfrac{c_3}{\omega^3}\right) I_{2m}^2 - \dfrac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2}, \end{cases}$$

bzw.

$$(16)\qquad \begin{cases} \rho^{(I_1)} = a_1 + \dfrac{3}{4} a_3 I_{2m}^2 - \dfrac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)}{A_{21}^2}, \\ \xi^{(I_1)} = b_1\omega - \dfrac{c_1}{\omega} - \dfrac{3}{4}\left(b_3\omega + \dfrac{c_3}{\omega^3}\right) I_{2m}^2 - \dfrac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)}{A_{21}^2}. \end{cases}$$

3.1. ZLPG, von einer sinusförmigen Spannungsquelle erregter Vierpol

Wenn man die Beziehungen (15) einbezieht, die Gleichungen (11) werden:

$$(17)\qquad \begin{cases} \dfrac{3}{4} a_3 I_{2m}^2 = \dfrac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2} - a_1, \\ \dfrac{3}{4}\left(b_3\omega + \dfrac{c_3}{\omega^3}\right) I_{2m}^2 = b_1\omega - \dfrac{c_1}{\omega} - \dfrac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2}. \end{cases}$$

Die erste Gleichung führt zum Wurzel:

$$(18)\qquad I_{2m} = \frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)/A_{12}^2 - a_1}{a_3}},$$

reell unter die Voraussetzung daß die Bedingung:

$$(19)\qquad \operatorname{sign}\left[\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{A_{12}^2} - a_1\right] = \operatorname{sign} a_3.$$

Weil $a_1 > 0$, $a_3 \gtrless 0$ folgen mehrere Möglichkeiten : a) falls $\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\,\underline{A}^*_{12})/A^2_{12} > a_1$ dann $a_3 > 0$; b) falls $\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})/A^2_{12} < a_1$ dann $a_3 < 0$.

Einführend in (17_2), die Beziehung (18) der Stromamplitude I_{2m}, erhält man eine algebraische Gleichung vierten Grades in der Winkelgeschwindigkeit ω :

$$\left\{b_1 - \frac{b_3}{a_3}\left[\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\,\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}} - a_1\right]\right\}\omega^4 - \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}}\,\omega^3 - c_1\omega^2 - \tag{20}$$
$$- \frac{c_3}{a_3}\left[\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{11}\,\underline{A}^*_{12})}{A^2_{12}} - a_1\right] = 0.$$

Diese Ergebnisse zeigen, daß die Realisierung der Wirkleistungübertragung erfolgt, im untersuchten Falle, nur : a) unter Erfüllung der Beziehung (19); b) für jene positiven und reellen Werte der Winkelgeschwindigkeit die Wurzeln der Gleichung (20) sind.

3.2. ZLPG, von einer sinusförmigen Stromquelle erregter Vierpol

Auf ähnliche Weise unter Anwendung von (16), lassen sich die Gleichungen (13) umschreiben :

$$\begin{cases} \dfrac{3}{4}\,a_3\,I^2_{2m} = \dfrac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\,\underline{A}^*_{22})}{A^*_{21}} - a_1, \\ \dfrac{3}{4}\left(b_3\omega + \dfrac{c_3}{\omega^3}\right)I^2_{2m} = b_1\omega - \dfrac{c_1}{\omega} - \dfrac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}}. \end{cases} \tag{21}$$

Die erste Gleichung hat als Wurzel :

$$I_{2m} = \frac{2}{\sqrt{3}}\sqrt{\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\,\underline{A}^*_{22})/A^2_{21} - a_1}{a_3}}, \tag{22}$$

reell nur wenn :

$$\operatorname{sign}\left[\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\,\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}} - a_1\right] = \operatorname{sign} a_3. \tag{23}$$

Auch in diesem Falle unterscheiden sich zwei Möglichkeitens genauso wie in § **3.1.**

Führt man den Ausdruck (22) der Stromamplitude in die Gleichung (21_2) ein, ergibt sich die algebraische Gleichung vierten Grades in der Winkelgeschwindigkeit ω :

$$\left\{b_1 - \frac{b_3}{a_3}\left[\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\,\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}} - a_1\right]\right\}\omega^4 - \frac{\mathcal{I}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}}\,\omega^3 - c_1\omega^2 - \tag{24}$$
$$- \frac{c_3}{a_3}\left[\frac{\mathcal{R}e(\underline{A}_{21}\,\underline{A}^*_{22})}{A^2_{21}} - a_1\right] = 0.$$

Die Realisierung des Vorganges in dem die maximale Wirkleistung übertragen wird findet in diesem Fall statt nur: a) wenn die Beziehung (23) erfüllt ist; b) für jene positiven und reellen Werte der Winkelgeschwindigkeit die Wurzeln der Gleichung (24) sind.

4. Partikuläre Fälle

4.1. Nichtlinearer, träger Widerstand

Berücksichtigt wird der in der Abb. 3 dargestellte Kreis in dem nichtlinear und träge, während die Spule und der Kondensator linear sind. Wird der Vierpol von einer sinusförmigen Spannung erregt (Abb. 3 *a*), die Übertragung der maximalen Wirkleistung erfolgt wenn: a) die Vorzeichenbedingung (19) ist erfüllt; b) die Frequenz der Spannungsgenerator ist:

$$\omega = \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{2L_2A^2_{12}} + \sqrt{\frac{[\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})]^2}{4L^2_2A^4_{12}} + \frac{1}{L_2C_2}}. \tag{25}$$

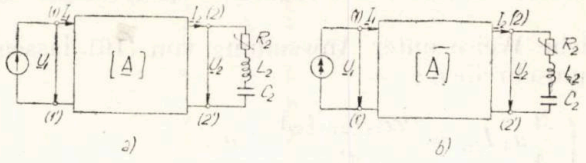


Abb. 3

Falls der Verbraucher mit aus einem nichtlinearen Widerstand und aus einer linearen Spule besteht, dann:

$$\omega = \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}{L_2A^2_{12}} \tag{26}$$

und wenn der Verbraucher aus einem nichtlinearen Widerstand und aus einem linearen Kondensator besteht, dann:

$$\omega = -\frac{C_2A^2_{12}}{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})}. \tag{27}$$

Wird der Vierpol von einem sinusförmigen Stromgenerator gespeist (Abb. 3 *b*), die übertragene Wirkleistung ist maximal wenn: a) die Vorzeichenbedingung (19) erfüllt ist; b) die Frequenz der Stromgenerator ist:

$$\omega = \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{2L_2A^2_{21}} + \sqrt{\frac{[\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})]^2}{4L^2_2A^4_{21}} + \frac{1}{L_2C_2}}. \tag{28}$$

Falls der Verbraucher aus einem nichtlinearen Widerstand und aus einer linearen Spule besteht, die Beziehung (28) wird:

$$\omega = \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{L_2A^2_{21}} \tag{29}$$

und wenn der Verbraucher aus einem nichtlinearen Widerstand und aus einem linearen Kondensator besteht, dann

$$\omega = = \frac{C_2 A_{21}^2}{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^2)} . \tag{30}$$

4.2. Nichtlineare, träge Spule

Die Abb. 4 stellt den untersuchten Kreis dar, wobei der Widerstand R_2 und der Kondensator C_2 linear sind, während die Spule L_2 nichtlinear und träge ist. Wird der Vierpol mit sinusförmiger Spannung gespeist (Abb. 4 *a*), die Übertragung der maximalen Wirkleistung erfolgt wenn : a) der Verbraucherwiderstand lässt sich durch (6_1) berechnen ; b) die Amplitude der sekundären Strom ist :

$$I_{2m} = \frac{2}{\sqrt{3}\omega A_{12}} \sqrt{\frac{b_1 C_2 A_{12}^2 \omega^2 - C_2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)\omega - A_{12}^2}{b_3 C_2}} . \tag{31}$$

Aber die Beziehung (31) ist reell und positiv entweder wenn :

$$b_3 > 0, \quad \omega > \frac{C_2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*) + \sqrt{C_2^2[\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)]^2 + 4b_1 C_2 A_{12}^4}}{2b_1 C_2 A_{12}^2} . \tag{32}$$

oder

$$b_3 < 0, \quad \omega < \frac{C_2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*) + \sqrt{C_2^2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)]^2 + 4b_1 C_2 A_{12}^4}}{2b_1 C_2 A_{12}^2} . \tag{33}$$

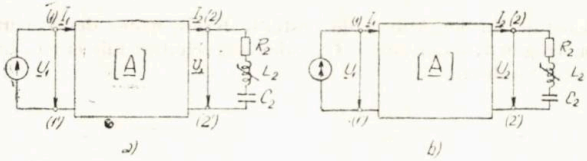


Abb. 4

Falls, als Sonderfall, der Verbraucher enthält nur eine nichtlineare träge Spule und einen linearen Widerstand, die Bedingungen (32), (33) werden :

$$b_3 > 0, \quad \omega > \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{b_1 A_{12}^2} , \tag{34}$$

bzw.

$$b_3 < 0, \quad \omega < \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}{b_1 A_{12}^2} . \tag{35}$$

Weil $b_1 > 0$, $A_{12}^2 > 0$, der Vorgang den maximalen Wirkleistungübertragung lässt sich realisieren wenn $b_3 < 0$ sonder falls $\mathcal{J}m(A_{11}A_{12}^*) > 0$.

Wird der Vierpol mit sinusförmigen Strom gespeist (Abb. 4 *b*), die übertragene Wirkleistung ist maximal wenn : a) der Widerstand des Verbrauchers lässt sich durch (7_1) berechnen ; b) die Amplitude des sekundären Strom ist :

$$I_{2m} = \frac{2}{\sqrt{3}\omega A_{12}} \sqrt{\frac{b_1 C_2 A_{21}^2 \omega^2 - C_2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)\,\omega - A_{21}^2}{b_3 C_2}} . \tag{36}$$

Der Ausdruck dieses Stromes ist reell und positiv nur wenn entweder:

$$b_3 > 0, \quad \omega > \frac{C_2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22}) + \sqrt{C_2^2[\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})]^2 + 4b_1C_2A_{21}^4}}{2b_1C_2A_{21}^2}, \tag{37}$$

oder

$$b_3 < 0, \quad \omega < \frac{C_2 \mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22}) + \sqrt{C_2^2[\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})]^2 + 4b_1C_2A_{21}^4}}{2b_1C_2A_{21}^2}. \tag{38}$$

Falls der Verbraucher nur eine nichtlineare träge Spule und einen linearen Widerstand enthält, die Ungleichungen (37) und (38) werden:

$$b_3 > 0, \quad \omega > \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{b_1A_{21}^2}, \tag{39}$$

bzw.

$$b_3 < 0, \quad \omega < \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22})}{b_1A_{21}^2}. \tag{40}$$

Berücksichtigend daß $b_1 > 0$, $A_{21}^2 > 0$, kann man feststellen daß der Vorgang der maximalen Wirkleistungübertragung im Falle $b_3 < 0$ ist nur dann realisierbar wenn $\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}^*_{22}) > 0$.

4.3. Nichtlinearer, träger Kondensator

Betrachtet wird der in der Abb. 5 dargestellte Kreis, wobei der Verbraucher besteht aus einem nichtlinearen, trägen Kondensator C_2 reiheeingeschaltet mit einem linearen Widerstand R_2 und einer linearen Spule L_2.

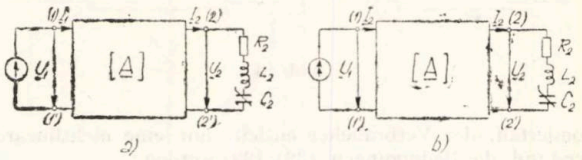


Abb. 5

Im Falle einer sinusförmigen Spannungsquelle (Abb. 5 *a*) die übertragene Wirkleistung wird maximal wenn: a) der Verbraucherwiderstand ist von (6_1) gegeben; b) die Amplitude des sekundären Strom ist:

$$I_{2m} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\omega}{A_{12}} \sqrt{\frac{L_2A_{12}^2\omega^2 - \mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})\,\omega - c_1A_{12}^2}{c_3}}. \tag{41}$$

Der Ausdruck (41) ist reell und positiv nur falls entweder:

$$c_3 > 0, \quad \omega > \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12}) + \sqrt{[\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})]^2 + 4c_1L_2A_{12}^4}}{2L_2A_{12}^2}, \tag{42}$$

oder

$$c_3 < 0, \quad \omega < \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12}) + \sqrt{[\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}^*_{12})]^2 + 4c_1L_2A_{12}^4}}{2L_2A_{12}^2}. \tag{43}$$

Im Sonderfall, wenn der Verbraucher nur aus einem nichtlinearen, trägen Kondensator und aus einem linearen Widerstand besteht, die Bedingungen (42), (43) werden :

$$c_3 > 0, \quad \omega < -\frac{c_1 A_{12}^2}{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*)}, \tag{44}$$

bzw.

$$c_3 < 0, \quad \omega > -\frac{c_1 A_{12}^*}{\mathcal{J}m(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^2)}. \tag{45}$$

Berücksichtigend daß $c_1 > 0$, $A_{12}^2 > 0$ folgt, daß der Vorgang der maximalen Wirkleistungübertragung ist im Fall $c_3 > 0$ realisierbar nur wenn $\mathcal{J}m\,(\underline{A}_{11}\underline{A}_{12}^*) < 0$.

Wird der Vierpol mit sinusförmigen Strom gespeist (Abb. 5 *b*), die Übertragung maximaler Wirkleistung erfolgt wenn : a) der Ausdruck des Widerstandes ist (7_1) ; b) die Amplitude der sekundären Strom ist :

$$I_{2m} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\omega}{A_{21}} \sqrt{\frac{L_2 A_{21}^2 \omega^2 - \mathcal{J}m(\underline{A}_{22}\underline{A}_{22}^*)\omega - c_1 A_{21}^2}{c_3}}. \tag{46}$$

Diese Bezichung ist reell und positiv nur falls entweder :

$$c_3 > 0, \quad \omega > \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*) + \sqrt{[\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)]^2 + 4c_1 L_2 A_{21}^4}}{2L_2 A_{21}^2}, \tag{47}$$

oder

$$c_3 < 0, \quad \omega < \frac{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*) + \sqrt{[\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)]^2 + 4c_1 L_2 A_{21}^4}}{2L_2 A_{21}^2}. \tag{48}$$

Im Sonderfalle eines Verbrauchers aus einem nichtlinearen, trägen Kondensator und aus einem linearen Widerstand, die Gleichungen (47), (48) werden :

$$c_3 > 0, \quad \omega < -\frac{c_1 A_{21}^2}{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)}, \tag{49}$$

bzw.

$$c_3 < 0, \quad \omega > -\frac{c_1 A_{21}^2}{\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*)}. \tag{50}$$

Weil $c_1 > 0$, $A_{21}^2 > 0$ im Falle $c_3 > 0$ der Vorgang der maximalen Wirkleistungübertragung ist nur dann realisierbar wenn $\mathcal{J}m(\underline{A}_{21}\underline{A}_{22}^*) < 0$.

5. Schlußfolgerungen

Es werden die nötigen und hinreichenden Bedingungen der maximalen Wirkleistungübertragung durch einen linearen Vierpol zu einem nichtlinearen, trägen Verbraucher festgestellt.

Einige speziäle Fälle, mit praktischem Interesse, werden auch betrachtet.

Eingegangen am 20. September 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektrotechnik,
Elektrische Messungen und Maschinen.

LITERATURVERZEICHNIS

1. Rosman H., *Übertragung der maximalen Wirkleistung durch nichtlineare, träge Zweipolen, in stationärem sinusförmigen Zustand.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XXI (XXV), *1—2*, s. III, 7—14 (1975).
2. Долгинов А. И. *Резонанс в электрических цепях и системах.* ГЭИ, М.—Л., 1957, 242 —254.
3. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973, §8.
4. Răduleţ R., *Bazele teoretice ale electrotehnicii.* Vol. III, Lit. învăţ., Buc., 1955, 138.
5. Rosman H., *Asupra teoremei transferului puterii active maxime.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XIV (XVIII), *1—2*, 336—340 (1968).

TRANSFERUL PUTERII ACTIVE MAXIME PRIN CUADRIPOLI LINIARI CARE ALIMENTEAZĂ UN RECEPTOR NELINIAR, INERŢIAL, ÎN REGIM PERMANENT SINUSOIDAL

(Rezumat)

Se stabilesc următoarele teoreme :

A. Teorema transferului puterii active maxime printr-un cuadripol liniar, alimentat de un generator de tensiune, avînd un receptor neliniar, inerţial, în regim permanent sinusoidal. *Condiţiile necesare şi suficiente pentru ca un cuadripol diport, liniar, pasiv şi reciproc, alimentat de un generator de tensiune sinusoidală să transfere unui receptor pasiv neliniar, inerţial, o putere activă maximă, sînt ca ecuaţiile (11) să admită cel puţin o rădăcină reală comună,* unde $\rho^{(U_1)}(I_{2m}), \xi^{(U_1)}(I_{2m})$ sînt date de expresiile (12).

B. Teorema transferului puterii active maxime printr-un cuadripol liniar alimentat de un generator de curent, avînd un receptor neliniar, inerţial, în regim permanent sinusoidal. *Condiţiile necesare şi suficiente pentru ca un cuadripol diport, liniar, pasiv şi reciproc, alimentat de un generator de curent sinusoidal, să transfere unui receptor pasiv neliniar o putere activă maximă, sînt ca ecuaţiile (13) să admită cel puţin o rădăcină reală comună,* unde $\rho^{(I_1)}(I_{2m})$, $\xi^{(I_1)}(I_{2m})$ sînt date de expresiile (14).

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. C. 621.316 ; 538.551.25

SYMMETRICAL AND UNSYMMETRICAL STEADY-STATE OSCILLATIONS IN THE SERIES FERRORESONANCE CIRCUIT (I)

BY

SAVEL MITREA

1. Introduction

Although a great number of papers have been published concerning the theoretical study of phenomena occurring in the series ferroresonance circuit, the results presented are rather limited because the analytic methods used for the description of steady-state oscillations hold only if the output is almost sinusoidal. Besides, any attempt at taking into account more than two sine components in the output signal leads to great computational difficulties. With the exception of symetrical one-third subharmonic, it is little to be found in the literature about symmetrical and unsymmetrical subharmonic oscillations because their investigation requires the consideration of more than two sine components in the output signal.

One may observe by experiment that both harmonic and subharmonic oscillations have the same waveforms. By resorting to a piecewise description of these waveforms we are able to cover the study of harmonic and subharmonic oscillations, the complexity of computational work remaining unchanged. This is due to the fact that the number of stretches, a certain waveform is composed of, is the same regardless the order of the subharmonic in question.

2. The Waveforms and their Mathematical Description

Fig. 1 shows the series ferroresonance circuit and the piece-wise magnetic characteristic of nonlinear reactor in terms of flux linkage Ψ and current i. The nonlinear magnetic characteristic may be obtained by adding the ordinates of the rectangular characteristic $N(i)$ and the linear characteristic L. In this way the essentially nonlinear element $N(i)$ will be series connected with the linear elements R, L, C. We assume that the free oscillation in the linear part is underdamped, i. e. $R < 2\sqrt{L/C}$.

Obviously, as long as $-\Psi_s < \Psi < \Psi_s$, the current i is zero and the capacitor voltage v_c is constant. This will constitute the nonconducting interval. When $\Psi > \Psi_s$ or $\Psi < -\Psi_s$ then the voltage accross the nonlinear element $N(i)$ is zero and an exchange of energy between the sine voltage source and the linear branch RLC takes place. This will constitute the conducting interval and we denote it by α_j.

If we start with the initial conditions $v_c = V_{c1max} \gg V_{max}$ and $\Psi = \Psi_s$ the transient waveform of the voltage accross the capacitor is as the one shown in Fig. 2. Nonconducting intervals, with v_c constant, alternate with

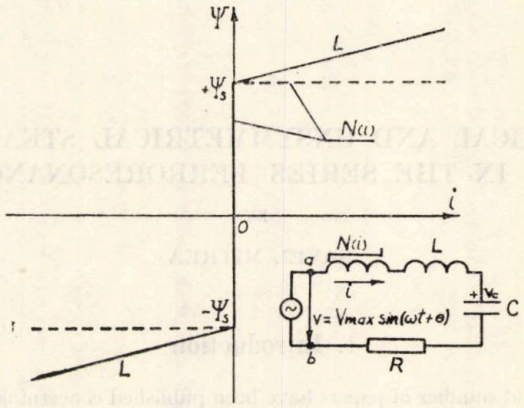


Fig. 1

conducting intervals which enable the linear part to exchange energy with the source. If the dissipation is compensated for by the source over a half period of the output signal, symmetrical harmonic or subharmonic steady-state oscillations of the type presented in Figs. 3...5 are obtained.

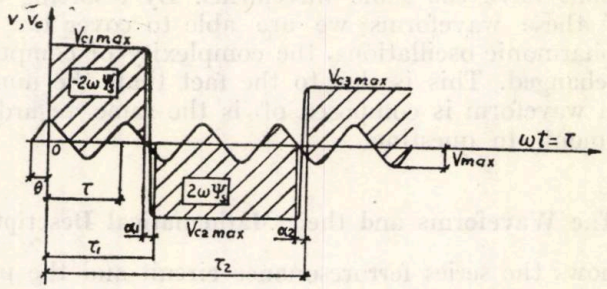


Fig. 2

With the increase of applied sine voltage the oscillations become unsymmetrical as shown in Figs. 6...9. This time the dissipated energy is compensated for by the source over a whole period of the output.

A further increase in the applied voltage leads to the obtaining of one-step symmetrical oscillations as shown in Figs. 10...12.

One may easily see that a certain waveform is common to harmonic and subharmonic oscillation. In view of this if we use a piece-wise method the computational difficulties do not increase with the order of subharmonic as in harmonic-balance method.

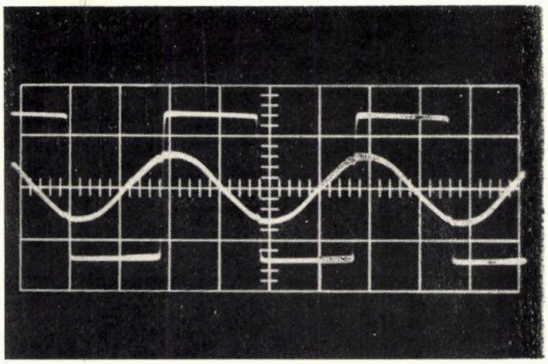


Fig. 3

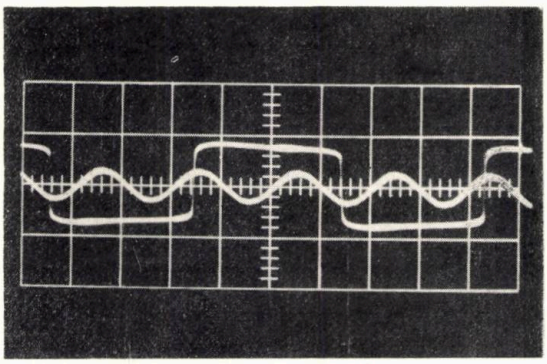


Fig. 4

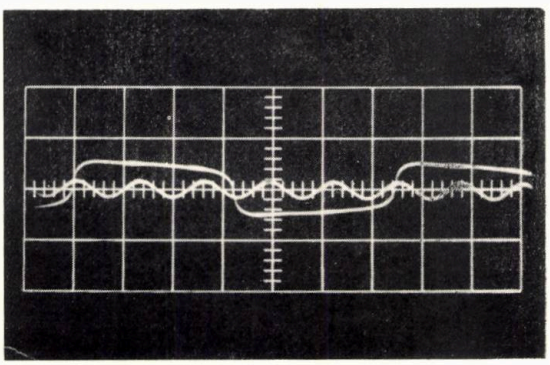


Fig. 5

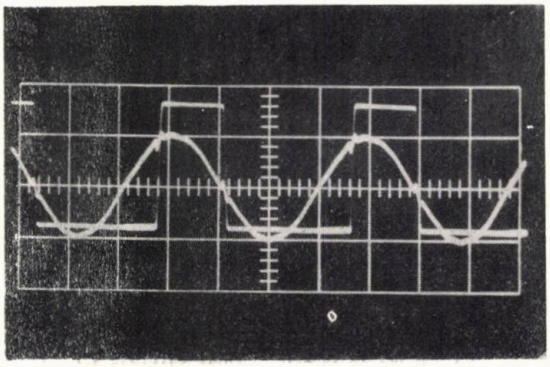


Fig. 6

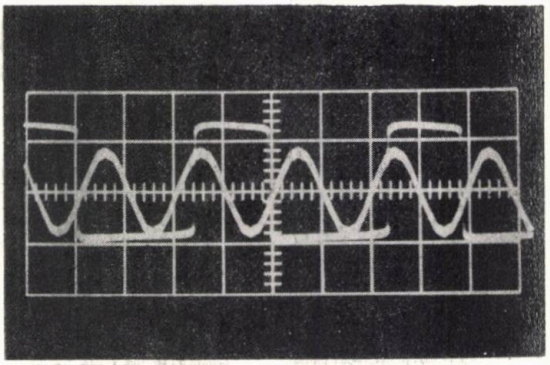


Fig. 7

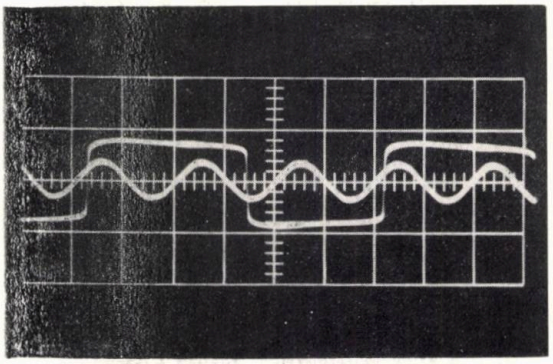


Fig. 8

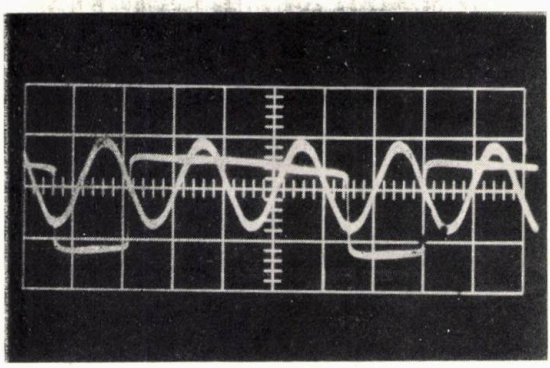


Fig. 9

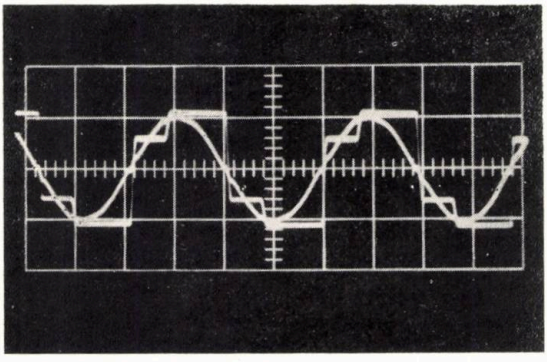


Fig. 11

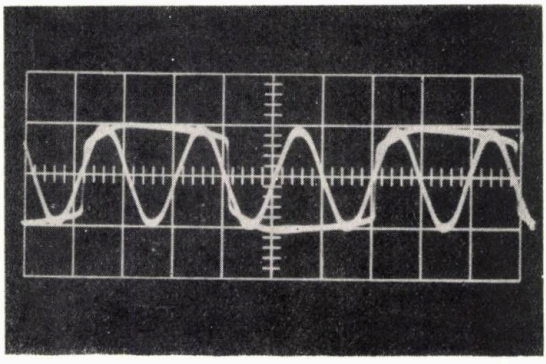


Fig. 12

Over any nonconducting interval, i. e. for $\Psi_{s(j-1)} < \Psi < \Psi_{sj}$ and $\tau_{j-1} < \tau < \tau_j - \alpha_j$, the circuit is described by the differential equation

$$\omega \frac{d\Psi}{d\tau} + V_{cj\max} = V_{\max} \sin(\tau + \theta), \tag{1}$$

where the variables Ψ and τ are separable. Upon the integration of Eq. (1), with the initial conditions $\Psi_{s(j-1)}$ and τ_{j-1}, we get

$$\frac{\Psi}{\Psi_s} = -V[\cos(\tau + \theta) - \cos(\tau_{j-1} + \theta)] - V_{cj}(\tau - \tau_{j-1}) + \frac{\Psi_{s(j-1)}}{\Psi_s}, \tag{2}$$

where $V = V_{\max}/\omega\Psi_s$, $V_{cj} = V_{cj\max}/(\omega\Psi_s)$ are normalized voltages and Ψ/Ψ_s, $\Psi_{s(j-1)}/\Psi_s$ are normalized magnetic fluxes.

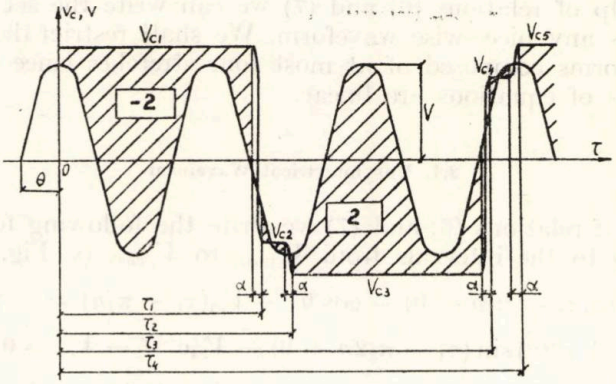


Fig. 10

The circuit is described over any conducting interval, i. e. for $\tau_j - \alpha < \tau < \tau_j$, by the differential equation

$$LC \frac{d^2 v_c}{dt^2} + RC \frac{dv_c}{dt} + v_c = V_{\max} \sin(\omega t + \theta). \tag{3}$$

If the conducting intervals are very small as compared to the half period of applied voltage we may assume that the applied voltage remains constant over these intervals and has the value

$$V_{\alpha j} = V_{\max} \sin(\tau_j + \theta - \alpha/2). \tag{4}$$

We consider the constant voltage given by relation (4), integrate Eq. (3), normalize all the voltages with respect to $\omega\Psi$s and obtain for the normalized voltage accross the capacitor the expression

$$v_c = V \sin(\tau_j + \theta - \alpha/2) + [V_{cj} - V \sin(\tau_j + \theta - \alpha/2)] \sin^{-1}\gamma \times \\ \times \sin[n(\tau - \tau_j + \alpha) + \gamma] e^{-\delta n(\tau - \tau_j + \alpha)/2\pi}, \tag{5}$$

where: $\omega_0 = (1/LC - R^2/4L^2)^{1/2}$ — damped natural frequency, $n = \omega_0/\omega$, $\delta = \pi R/\omega_0 L$ — logarithmic amplitude decrement, $\gamma = \text{arctg}\,(2\omega_0 L/R)$, $\alpha = \pi/n$.

Taking into account that for $\tau = \tau_j - \pi/n$ the normalized flux Ψ/Ψ_s becomes Ψ_{sj}/Ψ_s and for $\tau = \tau_j$ the normalized capacitor voltage v_c becomes $V_{c(j+1)}$, relation (2) gives the expression

$$V[\cos(\tau_j + \theta - \pi/n) - \cos(\tau_{j-1} + \theta)] - V_{cj}(\tau_j - \tau_{j-1} - \pi/n) = \\ = [\Psi_{sj} - \Psi_{s(j-1)}]/\Psi_s \tag{6}$$

for the nonconducting interval, and relation (5) gives

$$V(1 + e^{-\delta/2})\sin(\tau_j + \theta - \pi/2n) - V_{cj}\,e^{-\delta/2} - V_{c(j+1)} = 0 \tag{7}$$

for the conducting interval that follows to the nonconducting one. With the help of relations (6) and (7) we can write the set of equations that describes any piece-wise waveform. We shall restrict the investigation to the waveforms composed of at most four stretches since only in these cases the sets of equations are linear.

2.1. Unsymmetrical Waveform

By aid of relations (6) and (7) we write the following four equations, corresponding to the intervals from $V_{c1\max}$ to $V_{c3\max}$ (s. Fig. 2):

$$\begin{cases} -V[\cos(\tau_1 - \pi/n + \theta) - \cos\theta] - V_{c1}(\tau_1 - \pi/n) = -2, \\ V(1 + e^{-\delta/2})\sin(\tau_1 - \pi/2n + \theta) - V_{c1}e^{-\delta/2} - V_{c2} = 0, \\ -V[\cos(\tau_2 - \pi/n + \theta) - \cos(\tau_1 + \theta)] - V_{c2}(\tau_2 - \pi/n - \tau_1) = 2, \\ V(1 + e^{-\delta/2})\sin(\tau_2 - \pi/2n + \theta) - V_{c2}e^{-\delta/2} - V_{c3} = 0. \end{cases} \tag{8}$$

In order that this oscillation be periodic we set periodicity conditions

$$\tau_2 = 2k\pi \quad \text{and} \quad V_{c3} = V_{c1} \tag{9}$$

in Eq. (8). Thus for $k = 1$ we have harmonic oscillations and for $k = 2, 3, 4, 5, \ldots$ we have subharmonics of order $1/k$.

After a few transformations we get from (8) the following set of linear equations

$$\begin{bmatrix} A_{11} \ldots A_{14} \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ \cdot \quad\quad \cdot \\ A_{41} \ldots A_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V\sin\theta \\ V\cos\theta \\ V_{c1} \\ V_{c2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 0 \\ 2 \\ 0 \end{bmatrix}, \tag{10}$$

where $A_{ij} = f_{ij}(n, \delta, k, \tau_1)$. Given the quantities n, δ, k and $0 < \tau_1 < 2k\pi$ we get the unknowns V, θ, V_{c1}, V_{c2} that enable us to analyze the piecewise waveform into harmonic components.

The waveform is valid if the condition $-1 < \Psi/\Psi_s < 1$ is fulfilled for all $\tau_{j-1} < \tau < \tau_j - \alpha$. The validity is determined by aid of relation (2).

The normalized constant flux component Ψ_c/Ψ_s is calculated by averaging Ψ/Ψ_s, given by relation (2), over the two nonconducting intervals of the waveform considered. The conducting intervals do not contribute to this component.

Although mathematically valid the oscillation is not physically obtainable if it is not stable. A steady-state oscillation is stable if an infinitesimal perturbation dV_{c1} in V_{c1} at $\tau = 0$ leads to a variation dV_{c3} in $V_{c3} = V_{c1}$ at $\tau_2 = 2k\pi$ such that $-1 < dV_{c3}/dV_{c1} < 1$. We note that the perturbation dV_{c1} leaves the quantities V and θ unchanged, consequently we differentiate relations (8) with respect to V_{c1} taking into account that only the quantities τ_1, V_{c2}, τ_2, V_{c3} are affected by dV_{c1}. After differentiation we set $\tau_2 = 2k\pi$ and $V_{c3} = V_{c1}$ since the perturbation occurs in the vicinity of equilibrium state. Finally we get the set of linear equations

$$\begin{vmatrix} S_{11} & 0 & 0 & 0 \\ S_{21} & S_{22} & 0 & 0 \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & 0 \\ 0 & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{vmatrix} \begin{vmatrix} d\tau_1/dV_{c1} \\ dV_{c2}/dV_{c1} \\ d\tau_2/dV_{c1} \\ dV_{c3}/dV_{c1} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} C_1 \\ C_2 \\ 0 \\ 0 \end{vmatrix}, \tag{11}$$

which is to be solved with respect to dV_{c3}/dV_{c1}.

2.2. Symmetrical Waveforms

At a closer look one can see that symmetrical oscillations are a particular case of the unsymmetrical ones because the latter exist for all k positive integer whereas the former are possible only for k positive odd integer.

Relations (8_1) and (8_2) in which we set the periodicity conditions $V_{c2} = -V_{c1}$ and $\tau_1 = k\pi$ (with $k = 1, 3, 5, \ldots$) give us a set of two linear equations by aid of which we can study symmetrical oscillations having the rectangular waveform as shown in Figs. 3...5.

The whole set (8), in which we put the periodicity conditions $V_{c3} = -V_{c1}$, $\tau_2 = k\pi$, (with $k = 1, 3, 5, \ldots$), and the right member of the third equation equal to zero, enables us to study symmetrical oscillations having the waveform presented in Figs. 10...12.

The validity and stability tests are carried out as in the case of unsymmetrical oscillations.

The constant flux component is obviously zero.

Note. Amplitude characteristics for harmonic and subharmonic oscillations, as well as the comments on them, will be presented in the second part of this paper which is to be published in a next issue of the Bulletin.

Received, November 18, 1975

Polytechnic Institute of Jassy,
Department of Electrotechnics, Electrical Machinery and Electrical Measurements

OSCILAȚII SIMETRICE ȘI NESIMETRICE DE REGIM PERMANENT ÎN CIRCUITUL FEROREZONANT SERIE

(Rezumat)

Prin utilizarea unei metode de liniarizare pe porțiuni se pot obține informații mult mai bogate în studiul oscilațiilor armonice și subarmonice în circuitul ferorezonant serie decît prin metode analitice. Complexitatea calculelor nu crește odată cu ordinul subarmonicelor deoarece forma de undă este aceeași atît pentru oscilațiile armonice cît și pentru cele subarmonice. Stabilitatea oscilațiilor se determină cu ușurință.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. Z. 538.551.25

STUDIUL REGIMULUI TRANZITORIU ÎN CIRCUITUL DUBLUFERORESONANT CU NELINIARITATE SLABĂ, PRIN METODA ASIMPTOTICĂ

DE

ILIE POPESCU

1. Introducere

Analiza circuitelor neliniare în regim tranzitoriu depinde în mod esențial de neliniaritatea lor. Această neliniaritate este condiționată, în cazul circuitului dubluferorezonant (CDFR) studiat, de neliniaritatea bobinei cu miez feromagnetic comandată.

În cazul cînd bobina posedă o caracteristică V—A de neliniaritate slabă (cazul materialelor feromagnetice obișnuite Fe-Si sau speciale — mumetal — cu pierderi mici) aceasta se poate aproxima cu un polinom de gradul 5.

Funcționarea unui astfel de CDFR în regim tranzitoriu este descrisă de o ecuație diferențială neliniară neautonomă, de ordinul al doilea, care se poate studia analitic, cu o aproximație satisfăcătoare, prin metoda asimptotică.

2. Scheme electrice ale CDFR. Ecuații de funcționare

Se consideră un CDFR disipativ (fig. 1) a cărui ecuație de funcționare normată rezultă din sistemul:

$$u_L + u_C - u = 0, \quad u_C - u_R = 0, \quad i_C + i_R - i = 0, \tag{1}$$

unde

$$\begin{cases} u = U_m \sin(\omega t + \varphi_i), \quad u_C = \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_{-\infty}^{t} i_C \, \mathrm{d}t, \\ u_L = \dfrac{\mathrm{d}\psi_1}{\mathrm{d}t}, \quad u_R = R i_R, \\ i = i_L(\psi_1) = a_1\psi_1 + a_3\psi_1^3 + a_5\psi_1^5. \end{cases} \tag{2}$$

Se obține

$$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} + 2\delta\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + y + \beta y^3 + \gamma y^5 = K(\alpha_1\tau + \varphi_i), \tag{3}$$

în care:

$$
(4)\qquad \begin{cases} y = \dfrac{\omega_0^2}{\omega_K U_{m_0}}\psi_1, \quad \beta = (\omega_K CU_m)^2 \dfrac{a_3}{a_1^3}, \quad \gamma = (\omega_K CU_m)^4 \dfrac{a^5}{a_1^5}, \\ K = \dfrac{U_m}{U_{m_0}}, \quad \alpha = \dfrac{\omega}{\omega_0}, \quad \tau = \omega_0 t + \varphi, \quad 2\delta = \dfrac{1}{\omega_0 RC}, \\ \varphi = \operatorname{arc\,tg}\, \omega RC, \quad \omega_0 = \sqrt{\dfrac{a_1}{C}}, \quad U_{m_0} = U_{m_{sat}}. \end{cases}
$$

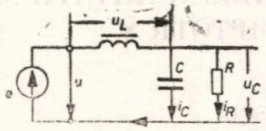


Fig 1

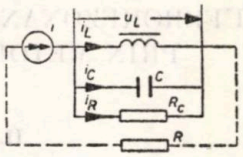


Fig 2

În cazul CDFR disipativ (fig. 2) procesele sînt descrise de asemenea de ecuația (3), unde coeficienții sînt:

$$
(5)\qquad y = \frac{a_1 R}{U_{m_0}}\psi_1, \quad \beta = \left(\frac{U_{m_0}}{R}\right)^2 \frac{a_3}{a_1^3}, \quad \gamma = \left(\frac{U_{m_0}}{R}\right)^4 \frac{a_5}{a_1^5}, \quad 2\delta = \frac{1}{\omega_0 C}\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R_C}\right).
$$

3. Determinarea analitică a semnalului răspuns în CDFR funcționînd în regim tranzitoriu

În cazul neliniarităților și semnalelor excitație slabe (2δ, β, γ, K de valori mici) ecuația de funcționare (3) a CDFR se poate scrie sub forma:

$$
(6)\qquad \ddot{y} + y = -\mu[\beta_1 y^3 + \gamma_1 y^5 + 2\delta_1 \dot{y} - K_1 \sin(\alpha_1 \tau + \varphi_i)],
$$

cu

$$
(7)\qquad \mu\beta_1 = \beta, \quad \mu\gamma_1 = \gamma, \quad \mu\delta_1 = \delta, \quad \mu K_1 = K.
$$

Pentru $\mu \neq 0$, soluția ecuației (6) se presupune de forma:

$$
(8)\qquad y = a\cos\psi + \mu u_1(a, \psi, \tau) + \mu^2 u_2(a, \psi, \tau) + \ldots,
$$

unde

$$
u_k = u_k(a, \psi, \tau) = \bar{u}_k(a, \psi) + \tilde{u}_k(\tau), \quad \psi = \alpha\tau + \theta(\tau),
$$

funcțiile $u_k(a, \psi, \tau)$ fiind periodice în raport cu τ și ψ iar amplitudinea a și faza ψ ale primei armonice se determină ca soluții ale ecuațiilor diferențiale:

$$
(9)\qquad \begin{cases} \dot{a} = \mu A(a) = \mu A_1(a) + \mu^2 A_2(a) + \ldots, \\ \dot{\psi} = \alpha + \mu B(a) = \alpha + \mu B_1(a) + \mu^2 B_2(a) + \ldots. \end{cases}
$$

Se studiază, în continuare, numai cazul, mai general, al „nerezonanței" ($\alpha \neq 1$, $\omega \neq \omega_0$).

În prima aproximație a metodei asimptotice [3], pentru $\mu = 0$, din relațiile (8) și (9) rezultă

$$y = a\cos\psi, \quad \dot{a} = 0, \quad \dot{\psi} = \alpha. \tag{10}$$

Întrucît aportul aproximațiilor de ordin superior este important (rel. (8)) iar calculele devin foarte complicate se consideră $k = 2$ adică $O(\mu^3)$. Ținînd seama de relațiile (8) și (9) $\dot{y}$ și $\ddot{y}$ din relația (6) devin:

$$\begin{cases} \dot{y} = -\alpha a \sin\psi + \mu\left(A_1\cos\psi - aB_1\sin\psi + \alpha\dfrac{\partial u_1}{\partial\psi} + \alpha_1\dfrac{\partial u_1}{\partial\tau}\right) + \\ \quad + \mu^2\left(A_1\dfrac{\partial u_1}{\partial a} + A_2\cos\psi - aB_2\sin\psi + B_1\dfrac{\partial u_1}{\partial\psi} + \alpha\dfrac{\partial u_2}{\partial\psi} + \alpha_1\dfrac{\partial u_2}{\partial\tau}\right), \\ \ddot{y} = -a\alpha^2\cos\psi + \mu\left(-2\alpha A_1\sin\psi - 2\alpha aB_1\cos\psi + \alpha^2\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial\psi^2} + \right. \\ \quad \left. + \alpha_1^2\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial\tau^2} + 2\alpha\alpha_1\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial\psi\,\partial\tau}\right) + \mu^2\left[\left(A_1\dfrac{\mathrm{d}A_1}{\mathrm{d}a} - aB_1^2 - 2\alpha aB_1\right)\cos\psi - \right. \\ \quad - \left(2\alpha A_2 + 2A_1B_1 + aA_1\dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}a}\right)\sin\psi + 2\alpha A_1\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial a\,\partial\psi} + 2\alpha B_1\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial\psi^2} - \\ \quad \left. -2\alpha_1 A_1\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial a\,\partial\tau} - 2\alpha B_1\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial\psi\,\partial\tau} + \alpha^2\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial\psi^2} + \alpha_1^2\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial\tau^2} + 2\alpha\alpha_1\dfrac{\partial^2 u_2}{\partial\psi\,\partial\tau}\right] + O(\mu^3). \end{cases} \tag{11}$$

În același mod se obțin și expresiile analitice

$$\begin{cases} \beta_1 y^3 = \beta_1[a^3\cos^3\psi + \mu 3a^2u_1\cos^2\psi + \mu^2(3a^2u_2\cos\psi + 3au_1^2\cos\psi)] + O(\mu^3), \\ \gamma_1 y^5 = \gamma_1[a^5\cos^5\psi + \mu 5a^4u_1\cos^4\psi + \mu^2(10a^3u_1^2\cos^3\psi + 5a^4u_2\cos^4\psi)] + O(\mu^3). \end{cases} \tag{12}$$

Relațiilor (8) și (9), care conțin un anumit grad de arbitrarietate, li se poate impune condiția ca $a(\tau)$ să reprezinte amplitudinea primei armonice, adică:

$$\int_0^{2\pi} u_k(a, \psi, \tau)\sin\psi\,\mathrm{d}\psi = 0, \quad \int_0^{2\pi} u_k(a, \psi, \tau)\cos\psi\,\mathrm{d}\psi = 0, \quad (k = 1, 2). \tag{13}$$

Introducînd soluția (8) în ecuația (6), ținînd seama de relațiile (11) și (12), egalînd coeficienții lui μ și μ^2, se obțin următoarele condiții ca (8) să reprezinte soluția ecuației diferențiale (9) cu aproximația $O(\mu^3)$:

$$
(14)\quad \begin{cases}
\alpha^2 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} + 2\alpha\alpha_1 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial \psi\, \partial \tau} + \alpha_1^2 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + u_1 = -f_1(\dot{y}) - f_2(y) + K_1(\alpha_1 \tau) + \\
\qquad + 2\alpha A_1 \sin\psi + 2\alpha a B_1 \cos\psi, \\
\alpha^2 \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial \psi^2} + 2\alpha\alpha_1 \dfrac{\partial^2 u_2}{\partial \psi\, \partial \tau} + \alpha_1^2 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial \tau^2} + u_2 = -f_1^*(\dot{y}) - f_2^*(y) + \\
\quad + \left(2\alpha A_2 + 2A_1 B_1 + a A_1 \dfrac{\mathrm{d}B_1}{\mathrm{d}a}\right) \sin\psi + \left(2\alpha a B_2 + a B_1^2 - \right. \\
\left. - A_1 \dfrac{\mathrm{d}A_1}{\mathrm{d}a}\right) \cos\psi - 2\left(\alpha A_1 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial a\, \partial \psi} + \alpha B_1 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial \psi^2} - \alpha A_1 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial a\, \partial \tau} - \alpha B_1 \dfrac{\partial^2 u_1}{\partial \psi\, \partial \tau}\right),
\end{cases}
$$

unde

$$
(15)\quad \begin{cases}
f_1(\dot{y}) = 2\delta_1(-\alpha a \sin\psi) = -2\delta_1(\alpha a \sin\psi), \\
f_2(y) = \beta_1 a^3 \cos^3\psi + \gamma_1 a^5 \cos^5\psi, \\
f_1^*(\dot{y}) = -2\delta_1\left(A_1 \cos\psi - a B_1 \sin\psi + \alpha \dfrac{\partial u_1}{\partial \psi} + \alpha_1 \dfrac{\partial u_1}{\partial \tau}\right), \\
f_2^*(y) = 3\beta_1 a^2 u_1 \cos^2\psi + 5\gamma_1 a^4 u_1 \cos^4\psi.
\end{cases}
$$

Din relația (14$_1$), egalînd termenii în ψ și τ și dezvoltînd apoi termenii din membrul drept în serie Fourier și reținîndu-se numai termenul fundamental, se obține:

$$
(16)\quad \begin{cases}
\alpha^2 \dfrac{\partial^2 \bar{u}_1}{\partial \psi^2} + \bar{u}_1 = -C_0(a) + [2\alpha A_1(a) - D_1(a)] \sin\psi + \\
\qquad + [2\alpha a B_1(a) - C_1(a)] \cos\psi - \sum_{k=2}^{\infty} [C_k(a) \cos k\psi + D_k(a) \sin k\psi], \\
\alpha_1^2 \dfrac{\partial^2 \tilde{u}_1}{\partial \tau^2} + \tilde{u}_1 = \sum_{k=1}^{\infty} (P_k \cos k\tau + Q_k \sin k\tau),
\end{cases}
$$

cu

$$
(17)\quad \begin{cases}
C_0(a) = \dfrac{1}{2\pi} \displaystyle\int_0^{2\pi} [f_1(\dot{y}) + f_2(y)]\, \mathrm{d}\psi \approx 0, \\
C_1(a) = \dfrac{1}{\pi} \displaystyle\int_0^{2\pi} [f_1(\dot{y}) + f_2(y)] \cos\psi\, \mathrm{d}\psi \approx \dfrac{3}{4}\beta_1 a^3 + \dfrac{5}{8}\gamma_1 a^5, \\
C_3(a) = \dfrac{1}{\pi} \displaystyle\int_0^{2\pi} [f_1(\dot{y}) + f_2(y)] \cos 3\psi\, \mathrm{d}\psi \approx \dfrac{\beta_1 a^3}{4},
\end{cases}
$$

$$
(17)\quad \begin{cases} C_5(a) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} [f_1(\dot{y}) + f_2(y)] \cos 5\psi \, \mathrm{d}\psi \approx \dfrac{\gamma_1 a^5}{16}, \\ D_1(a) = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} [f_1(\dot{y}) + f_2(y)] \sin \psi \, \mathrm{d}\psi = -2\alpha a \delta_1, \\ P_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} K_1(\alpha_1\tau) \cos k\alpha_1\tau \, \mathrm{d}\tau = \dfrac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} K_1 \sin(\alpha_1\tau + \varphi_1) \cos k\alpha_1\tau \, \mathrm{d}\tau \approx K_1 \sin\varphi_i, \\ Q_k = \dfrac{1}{\pi}\displaystyle\int_0^{2\pi} K_1(\alpha_1\tau) \sin k\alpha_1\tau \, \mathrm{d}\tau \approx K_1 \cos\varphi_i. \end{cases}
$$

Ținînd seama de relațiile (17), mărimile A_1 și B_1, date de expresia (9), $(k = 1)$, vor fi:

$$
(18)\qquad A_1(a) = \frac{D_1(a)}{2\alpha} = -\delta_1 a, \quad B_1(a) = \frac{C_1(a)}{2\alpha a} = \frac{3\beta_1}{8\alpha} a^2 + \frac{5\gamma_1}{16\alpha} a^4.
$$

În prima aproximație, semnalul răspuns $y_I(\tau)$ în CDFR cu neliniaritate slabă și pierderi reduse, în regimul ce urmează conectării sale la o tensiune sinusoidală de fază inițială φ_i, este de forma:

$$
(19)\qquad y_I(\tau) \approx a \cos \psi,
$$

unde $a = a(\tau)$ și $\psi = \psi(\tau)$ se obțin prin integrarea sistemului de ecuații diferențiale (9) ținînd seama și de relația (7):

$$
(20)\quad \begin{cases} \dot{a} = \mu A(a) \approx \mu A_1(a) = -\mu\delta_1 a = -\delta a, \\ \dot{\psi} = \alpha + \mu B(a) \approx \alpha + \mu B_1(a) = \alpha + \dfrac{3\beta}{8\alpha} a^2 + \dfrac{5\gamma}{16\alpha} a^4. \end{cases}
$$

Prin urmare:

$$
(21)\quad \begin{cases} a(\tau) = a_0 \mathrm{e}^{\delta\tau}, \quad \dot{\psi} = \alpha + \dot{\theta}(\tau), \\ \theta(\tau) = -\dfrac{3\beta}{16\alpha\delta} a_0^2 \mathrm{e}^{-2\delta\tau} - \dfrac{5\gamma}{64\alpha\delta} a_0^4 \mathrm{e}^{-4\delta\tau} + c. \end{cases}
$$

Semnalul răspuns în circuit va fi dat, în prima arpoximație, de expresia:

$$
(22)\qquad y_I(\tau) = a_0 \mathrm{e}^{-\delta\tau} \cos[\tau + \theta_1(\tau)], \quad \theta_1(\tau) = \frac{\theta(\tau)}{\alpha},
$$

unde a_0 și c sînt constante de integrare ce se determină în funcție de condițiile inițiale din CDFR în regim tranzitoriu. Se observă că în semnalul răspuns $y_I(\tau)$, obținut prin metoda asimptotică, în prima aproximație, nu intervine semnalul excitație $K = \mu K_1$, presupus de ordinul $O(\mu)$. Pentru a înlătura acest inconvenient și a îmbunătăți gradul de aproximație al soluției urmărite se recurge la a doua aproximație a soluției, de forma:

$$y_{II}(\tau) = a\cos\psi + \mu u_1(a, \psi, \tau) = a\cos\psi + \mu\bar{u}_1(a, \psi) + \mu\tilde{u}_1(\tau), \tag{23}$$

unde

$$\begin{cases} \bar{u}_1(a, \psi) = \dfrac{1}{\alpha^2}\sum\limits_{\substack{k=0\\k\neq 1}}^{\infty} \dfrac{C_k(a)\cos k\psi + D_k(a)\sin k\psi}{k^2 - 1} = \dfrac{\beta_1 a^3}{32\alpha^2}\cos 3\psi + \dfrac{\gamma_1 a^5}{400\alpha^2}\cos 5\psi, \\ \tilde{u}_1(\tau) = \sum\limits_{\substack{k=0\\k\neq 1}}^{\infty} \dfrac{P_k\cos k\alpha_1\tau + Q_k\sin k\alpha_1\tau}{\alpha^2 - k^2\alpha_1^2} = \dfrac{K_1}{\alpha^2 - \alpha_1^2}\sin(\alpha_1\tau + \varphi_i). \end{cases} \tag{24}$$

Semnalul răspuns în CDFR funcționînd în regim tranzitoriu, în a doua aproximație a metodei asimptotice, devine:

$$y_{II}(\tau) = a_0 e^{-\delta\tau}\cos\alpha[\tau + \theta_1(\tau)] + \frac{\beta a^3}{32\alpha^2}\cos 3\psi + \frac{\gamma a^5}{400\alpha^2}\cos 5\psi + \frac{K}{\alpha^2 - \alpha_1^2}\sin(\alpha_1\tau + \varphi_i). \tag{25}$$

Pentru a îmbunătăți gradul de aproximație al soluției $y_{II}(\tau)$ se determină din ecuația (14) (în același mod ca și $u_1(a, \psi, \tau)$) funcția $u_2(a, \psi, \tau)$. În acest caz se calculează expresiile $A_2(a)$ și $B_2(a)$ de forma:

$$\begin{cases} A_2(a) = -\dfrac{1}{2\alpha}\left(2A_1B_1 + aA_1\dfrac{dB_1}{da}\right) + \dfrac{1}{2\pi\alpha}\int\limits_0^{2\pi}[f_1^*(\dot{y}) + f_2^*(y)]\sin\psi\, d\psi, \\ B_2(a) = -\dfrac{1}{2\alpha a}\left(aB_1^2 - A_1\dfrac{dA_1}{da}\right) + \dfrac{1}{2\pi\alpha a}\int\limits_0^{2\pi}[f_1^*(\dot{y}) + f_2^*(y)]\cos\psi\, d\psi. \end{cases} \tag{26}$$

Ținînd seama de relațiile (15) și neglijînd armonicele superioare și termenii ce se amortizează rapid se obține:

$$\begin{cases} A_2(a) \approx \dfrac{3\beta_1\delta_1}{8\alpha^2}a^3 + \dfrac{10\,\gamma_1\delta_1}{16\alpha^2}a^5, \\ B_2(a) \approx -\dfrac{15\,\beta_1}{256\alpha^3}a^4 - \dfrac{\beta_1\gamma_1}{10\alpha^3}a^6 - \dfrac{\gamma_1^2}{25\alpha^3}a^8 - \dfrac{\delta_1^2}{2\alpha}. \end{cases} \tag{27}$$

În aceste condiții sistemul de ecuații (9) devine

$$(28)\quad \begin{cases} \dot{a} = \mu A_1(a) + \mu^2 A_2(a) + \ldots = -\delta a\left(1 - \dfrac{3\beta}{8\alpha^2}a^2 - \dfrac{10\gamma\delta}{16\alpha^2}a^4\right), \\ \dot{\psi} = \alpha + \mu B_1(a) + \mu^2 B_2(a) + \ldots = \alpha - \dfrac{\delta^2}{2\alpha} + \dfrac{3\beta}{8\alpha}a^2 + \\ \qquad + \left(\dfrac{5\gamma}{16\alpha} - \dfrac{15\beta^2}{256\alpha^3}\right)a^4 - \dfrac{\beta\gamma}{10\alpha^3}a^6 - \dfrac{\gamma^2}{25\alpha^3}a^8. \end{cases}$$

Sistemul (28) admite soluția aproximativă :

$$(29)\qquad \dot{a} = -\delta a\left(1 - \frac{3\beta}{8\alpha^2}a_0^2 - \frac{10\gamma\delta}{16\alpha^2}a_0^4\right), \text{ cu } a(\tau) \approx a_0 e^{-\eta\tau},$$

încît

$$(30)\quad \begin{cases} \eta = \delta\left(1 - \dfrac{3\beta}{8\alpha}a_0^2 - \dfrac{10\gamma\delta}{16\alpha^2}a_0^4\right), \\ \psi = \alpha\left[\left(1 - \dfrac{\delta^2}{2\alpha^2}\right)\tau - \dfrac{3\beta a_0^2}{16\alpha^2\eta}e^{-2\eta\tau} - \left(\dfrac{5\gamma}{64\alpha^2\eta} - \dfrac{15\beta^2}{1\,024\alpha^4\eta}\right)a_0^4 e^{-4\eta\tau} + \right. \\ \qquad \left. + \dfrac{\beta\gamma a_0^6}{60\alpha^4\eta}e^{-6\eta\tau} + \dfrac{\gamma^2 a_0^8}{200\alpha^4\eta}e^{-8\eta\tau}\right] + c. \end{cases}$$

Astfel, ținînd seama de relațiile (30), soluția (23) se aproximează mai exact.

Pentru studiul CDFR în regim tranzitoriu se utilizează o formă aproximativă a soluției (23) și anume :

$$(31)\qquad y_{II}(\tau) \approx a(\tau)\cos\psi + \frac{K}{\alpha^2 - \alpha_1^2}\sin(\alpha_1\tau + \varphi_i),$$

unde $a(\tau)$ și ψ sînt date de (30).

4. Funcționarea CDFR în regim tranzitoriu la semnale răspuns slabe

Condiția necesară și suficientă pentru ca un CDFR să funcționeze la semnale răspuns slabe, medii sau intense (fig. 3) este ca valoarea maximă a componentei $a(\tau)\cos\psi$ să nu depășească valorile critice din caracteristica V—A rezultantă a CDFR funcționînd în regim permanent (punctul M_1, respectiv M_2), adică

$$(32)\quad y_{II}(\tau) - \frac{K}{\alpha^2 - \alpha_1^2}\sin(\alpha_1\tau + \varphi_i) = y_{II}(\tau) - y_{II_p}(\tau) = y_{II}^*(\tau) = a(\tau)\cos\psi.$$

Pentru ca CDFR, excitat de un semnal sinusoidal, să funcționeze (după stingerea regimului tranzitoriu) la semnale răspuns slabe (fig. 3) este necesar ca :

$$(33) \qquad y^*_{II}(\tau)\,|_{max.} < y_{M_1} - y_{II_p}\,, \quad \text{cu } y_{M_1} - y_{II_p} = \Delta y_p,$$

$$(34) \qquad \frac{\partial y^*_{II}(\tau)}{\partial \tau} = 0 \text{ și deci } a_0\sqrt{\eta^2 + \dot{\psi}^2}\, e^{-\eta\tau}\sin(\dot{\psi} - \sigma) = 0,$$

unde

$$(35) \qquad \sigma = \operatorname{arctg}\frac{\dot{\psi}}{\eta}, \quad \dot{\psi} = \alpha + \dot{\theta}(\tau).$$

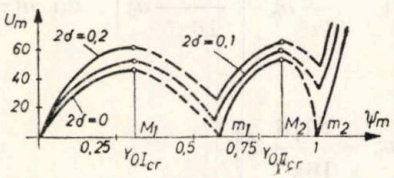


Fig. 3

În cazul cînd în procesul tranzitoriu $\psi(\tau)$ și deci $\theta(\tau)$ variază lent (fig. 4), într-o primă aproximație se pot neglija $\dot{\theta}(\tau)$, precum și termenii din expresia $\psi(\tau)$ care se amortizează rapid (relația (29_2)), obținîndu-se :

$$(36) \qquad \begin{cases} \alpha\tau + \theta(\tau) - \sigma = k\pi, \quad (k = 0,\ \pm 1\ ,\ldots), \\ \theta(\tau) \approx -\dfrac{\delta^2}{2\alpha}\tau, \quad \alpha\left(1 - \dfrac{\delta^2}{2\alpha^2}\right)\tau - \sigma = 0 \text{ și deci } \tau_m \approx \dfrac{2\alpha\sigma}{-\delta^2 + 2\alpha^2}\,. \end{cases}$$

Ținînd seama de (36) condiția (33) devine :

$$(37) \qquad a_0 e^{-\frac{2\alpha\eta}{2\alpha^2-\delta^2}\sigma}\sin\sigma < \Delta y_p \text{ sau } a_0 e^{-\frac{2\alpha\eta}{2\alpha^2-\delta^2}\sigma}\frac{\dot{\psi}}{\sqrt{\dot{\psi}^2 + \eta^2}} < y_p\,.$$

Pentru studiul regimului tranzitoriu în CDFR la variația parametrilor trebuie soluționată inegalitatea transcendentă (37).

Constanta a_0 se determină impunînd semnalului răspuns $y_{II}(\tau)$ (relația (31)) condițiile inițiale din CDFR funcționînd în regim tranzitoriu și anume :

$$(38) \qquad \tau = 0, \quad \psi(0) = 0, \quad y_{II}(0) = 0\,; \quad a_0\cos\psi_0 + \frac{K}{\alpha^2 - \alpha_1^2}\sin\varphi_i \approx 0.$$

Dacă se neglijează termenii din (29_2) care se amortizează rapid atunci se obține pentru a_0 următoarea expresie :

(39) $$a_0 \approx \frac{K}{\alpha_1^2 - \alpha^2} \sin \varphi_i$$

iar condiția (37) devine :

(40) $$\frac{K}{\alpha_1^2 - \alpha^2} \sin \varphi_i \, e^{-\frac{2\alpha\eta}{2\alpha^2 - \delta^2}\sigma} \frac{\dot{\psi}(\tau_m)}{\sqrt{\dot{\psi}^2 + \eta^2}} \leqslant \Delta y_p .$$

Cu ajutorul relației (40) se poate întreprinde un studiu analitic aproximativ al regimului tranzitoriu în CDFR cu neliniaritate slabă, excitate de un semnal sinusoidal de amplitudine redusă.

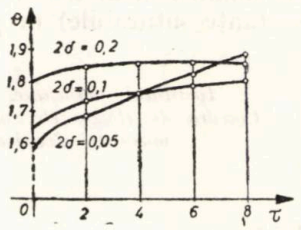


Fig. 4.

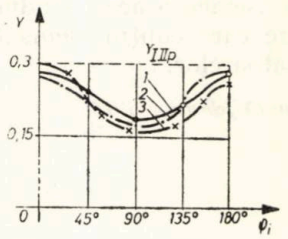


Fig 5.

În fig. 5 se reprezintă numai variația semnalului răspuns critic în circuit, $y_{I,II_{cr}}$, la variația fazei inițiale φ_i, considerîndu-se satisfăcătoare coincidența cu rezultatele experimentale [4]. Circuitul studiat este caracterizat de următoarele valori ale semnalelor și mărimilor :

$$U_{m_0} = 310 \text{ V}, \quad U_{I,II_p} = 65 \text{ V}, \quad C = 15 \ \mu\text{F}, \quad \omega_0 = 383 \text{ s}^{-1}, \quad \omega = 314 \text{ s}^{-1};$$

$$a_1 = 2{,}2 \text{ AWb}^{-1}, \quad a_3 = -3{,}8 \text{ AWb}^{-3}, \quad a_5 = 3{,}4 \text{ AWb}^{-5};$$

$$\alpha_1 = 1, \quad \alpha = 0{,}82, \quad 2\delta = 0{,}2, \quad K = 0{,}08.$$

Astfel, curba *1* reprezintă $y_{I,II_{cr}}(\varphi_i)$ determinată cu ajutorul metodei asimptotice (relația (40)), curba *2* — $y_{I,II_{cr}}(\varphi_i)$ determinată experimental iar curba *3* — $y_{I,II_{cr}}(\varphi_i)$ determinată cu ajutorul metodei planului de faze.

Studiul regimului tranzitoriu în CDFR, la variația fazei inițiale a semnalului excitație φ_i, prezentat în fig. 5, pune în evidență o concordanță satisfăcătoare cu rezultatele experimentale (curba *2*). Pentru a mări precizia, calculele devin laborioase iar soluția $y(\tau)$ trebuie determinată cu o aproximare de ordin ridicat. Discuția regimului tranzitoriu la variația celorlalți parametri din circuit (relația (40)) se efectuează în mod similar ca în cazul variației fazei inițiale φ_i însă rezolvarea ecuației (40) devine extrem de dificilă.

5. Concluzii

1. Studiul regimului tranzitoriu în CDFR prin metoda asimptotică (neîntîlnit în literatură) conduce la relaţii analitice aproximative care permit o analiză a comportării circuitului la variaţia parametrilor. Rezultatele obţinute se verifică în mod satisfăcător fie experimental fie cu alte metode (de exemplu metoda planului fazelor).

2. Se constată că metoda asimptotică folosită, în aproximaţii de ordin nu prea ridicat, este mai expeditivă decît metoda planului fazelor dar rezultatele obţinute au un grad de precizie ceva mai scăzut.

3. Studiul regimului tranzitoriu în CDFR excitat de un semnal sinusoidal pune în evidenţă o serie de aplicaţii imediate (traductoare de defazaj, elemente logice bistabile şi tristabile etc.).

De asemenea acest studiu poate fi util în analiza instalaţiilor electrice de putere care conţin elemente neliniare (reactanţe saturabile) în prezenţa condensatoarelor.

Primită la 13 februarie 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de Bazele electrotehnicii şi măsurări electrice

BIBLIOGRAFIE

1. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
2. Popescu I., Simion Al., *Unele aspecte ale rezonanţei în circuitele neliniare serie.* Electrotehnica, **17**, *5*, 165–169 (1969).
3. Dincă F., Teodosiu C., *Vibraţii neliniare şi aleatoare.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1969.
4. Popescu I., *Studiul regimului tranzitoriu în circuitul dubluferorezonant serie.* St. cerc. energ. electr., **22**, *4*, 869–886 (1972).

UNTERSUCHUNG MIT HILFE DER ASYMPTOTISCHEN METHODE DES ÜBERGANGSPROZEßES IM ZWEIFACHEN FERRORESONANZKREIS MIT SCHWACHER NICHTLINEARITÄT

(Zusamenfassung)

Es wird das Übergangsprozeß im zweifachen Ferroresonanzkreis mit schwacher Nichtlinearität (bei welcher die nichtlineare gesteuerte Spule durch ein ungerades Polynom fünftes Grades aproximierbar ist) mit der Hilfe asympthotischen Methode analysiert. Die analytischen annäherenden Ergebnisse ermöglichen eine allgemeine Untersuchung des im Kreise erhaltenden Antwortssignals.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.318.623

ÜBER EIN VERBESSERTES MODELL ZUR BESTIMMUNG DER GEZWUNGENEN ANTWORT DER NICHTLINEAREN, DURCH RÜCKWIRKUNG GESTEUERTEN SPULE (I)

VON

M. ANTONESCU

1. Einleitung

Dank einiger Vorteile — Verstärkungsfaktor, sichere Funktionierung Erregungsmöglichkeiten mit mehreren Eingangsignalen, u. s. w. [3], [5], [6] — werden die nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spulen noch oft verwendet, besonders in elektrischen Antrieben und Steuerungen.

Gleichzeitig, die exakte analytiscke Bestimmung der gezwungenen Antwort dieser Vorrichtungen stößt auf große Schwierigkeiten, infolge der Nichtliniarität der Kreisen und der Anwesenheit des Gleichrichters. Um die $U(I)$ Kennlinie für eine nichtlineare, durch Rückwirkung gesteuerte, in freier Magnetisierung arbeitende Spule theoretisch zu gewinnen, wurde in [1] eine numerische Methode vorgeschlagen.

Im folgenden werden einige Ergänzungen eingeführt, die zur Verbesserung jenes Verfahrens dienen.

2. Mögliche Zustände des Gleichrichters

Das untersuchte Schema wird in der Abb. 1 dargestellt.

Die Gleichungen des Kreises lassen sich ohne Schwierigkeiten bestimmen, unter der Voraussetzung daß man den Dyodenzustand zu jeder Zeit kennt, und, auf dieser Weise, die leitenden Dyoden mit einem Ersatzbild substituiren kann.

Im Prinzip, die Dyoden des Gleichrichters befinden sich in einem der folgenden Zustände:

a) Nur ein Paar leitend, entweder die „positiven", oder die „negativen" Dyoden (als „positiv" werden jene Dyoden genannt die von $i_1 > 0$ durchflossen sind, wobei i_1 die in der Abb. 1 angedeutete Richtung hat. Die anderen, schwarzgefärbten, sind die sogenannten „negativen" Dyoden).

b) Alle Dyoden gesperrt.

c) Alle Dyoden leitend. Diese letzte Möglichkeit wurde in [1] nicht berücksichtigt. Die Literatur (z. B. [2], [4]) erwähnt diese Possibilität im

Falle eines starkinduktivbelasteten Gleichrichters, und eine experimentelle Untersuchung bestätigt als reell diese Voraussetzung. Die in den Abb. 2 vorgeführten Oszillogramen zeigen den gleichzeitigen Verlauf der Spannun-

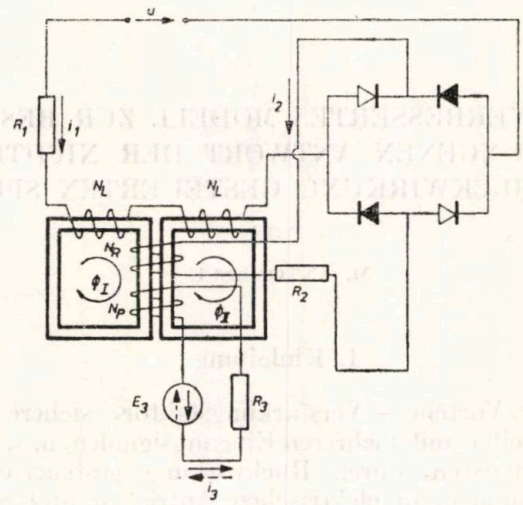


Abb. 1

gen auf einer „positiven" und „negativen" Dyode (Abb. 2 *a*) bzw. die Spannung und den Strom durch eine „positive" Dyode (Abb. 2 *b*). Das Zeitintervall in dem alle Dyoden leiten ist offenbar.

3. Bestimmung der Gleichungen die das Verhalten der nichtlinearen, durch Rückwirkung gesteuerten Spule beschreiben

Zu diesem Zweck werden folgende Voraussetzungen gemacht:

a) Beide magnetische Kerne sind identisch und besitzen eine Magnetisierungskennlinie die sich in der Form $Ni = P(\Phi)$ approximieren lässt, wobei $P(\Phi)$ eine nichtlineare, geeignete Funktion ist.

b) Die magnetische Hysterese wird vernachlässigt.

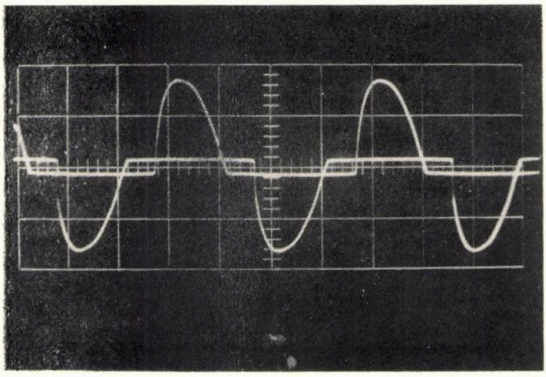
c) Die Kennlinie einer Dyode wird mit folgendem Ansatz approximiert:

$$u = \frac{1}{2} U_0 + R_d i, \tag{1}$$

wobei $U_0/2$ die Sperrespannung und R_d den Widerstand (im liniarisierten leitenden Teil) bedeuten.

d) Die Widerstände R_1, R_2, R_3 enthalten auch die Widerstände der Wicklungen.

a



b

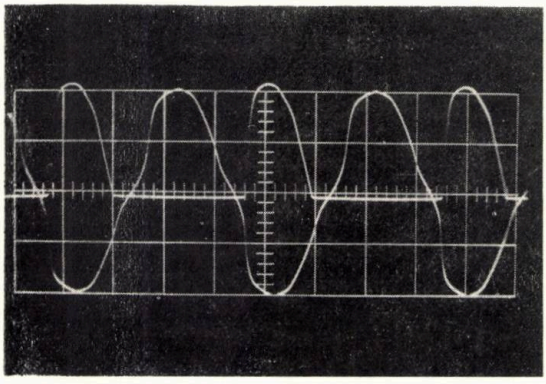


Abb. 2

e) Die Flüsse Φ_I und Φ_{II} haben die in der Abb. 1 angedeuteten Richtungen und der Zusammenhang zwischen u und i_1 beachtet die Konvention eines Verbrauchers.

Nun, die vorher untersuchten Möglichkeiten sind die folgende:

a) $i_1 \gtrless 0$, *nur ein Paar Dyoden leiten* (Abb. 3 *a, b*)

Zunächst einmal wird die Variable

$$\text{NBSIN} = \begin{cases} 2 \text{ für } i_1 > 0, \\ 1 \text{ für } i_1 < 0, \end{cases} \tag{2}$$

eingeführt. Die Verwendung der zweiten Kirchhoffschen Satz für die Arbeits- und Rückwirkungsmasche ergibt:

$$N_L \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I + \Phi_{II}) + (R_1 + 2R_d + R_2) i_1 + (-1)^{\text{NBSIN}} N_R \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II}) + \tag{3}$$

$$+ (-1)^{\text{NBSIN}} U_0 = U_m \sin \omega t.$$

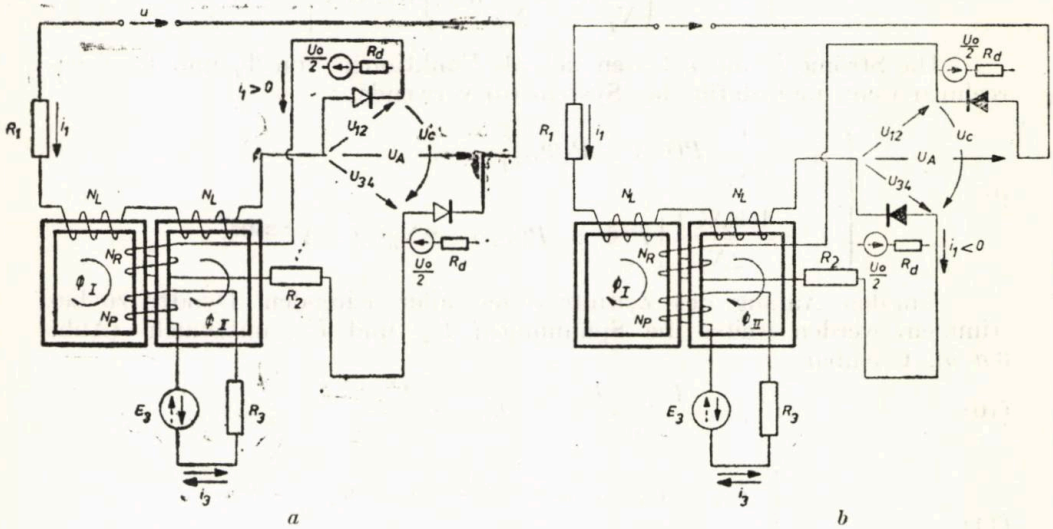


Abb. 3

Gleichzeitig, für den Polarizationkreis gilt:

$$\text{REACT}\, N_p \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_3 i_3 = E_3, \tag{4}$$

wobei REACT den Typ der Rückwirkung bestimmt:

$$\text{REACT} = \begin{cases} 1 - \text{positive Rückwirkung}, \\ -1 - \text{negative Rückwirkung}. \end{cases} \tag{5}$$

(Falls sich die Rückwirkung und Polarisationdurchflutungen addieren, ist die Rückwirkung „positiv"; umgekehrt, „negativ").

Dazu noch die Gleichungen in Durchflutungen:

$$(6)\qquad \begin{cases} N_L\, i_1 + (-1)^{\text{NBSIN}}\, N_R\, i_1 + N_P\, \text{REACT}\, i_3 = P(\Phi_I), \\ N_L\, i_1 - (-1)^{\text{NBSIN}}\, N_R\, i_1 - N_P\, \text{REACT}\, i_3 = P(\Phi_{II}). \end{cases}$$

Die aus der Gl. (4) gewonnenen Ableitungen $\mathrm{d}\Phi_{II}/\mathrm{d}t$ und $\mathrm{d}\Phi_I/\mathrm{d}t$ werden in (3) eingeführt. Dadurch resultiert:

$$(7)\qquad 2N_L \frac{\mathrm{d}\Phi_I}{\mathrm{d}t} = U_m \sin \omega t - (R_1 + 2R_d + R_2) i_1 + \left(\frac{N_L}{N_P} E_3 - \frac{N_L}{N_P} R_3 i_3\right) \text{REACT} + \left[- U_0 - \left(\frac{N_R}{N_P} E_3 - \frac{N_R}{N_P} R_3 i_3\right) \text{REACT} \right] (-1)^{\text{NBSIN}},$$

$$(8)\qquad 2N_L \frac{\mathrm{d}\Phi_{II}}{\mathrm{d}t} = U_m \sin \omega t - (R_1 + 2R_d + R_2) i_1 - \left(\frac{N_L}{N_P} E_3 - \frac{N_L}{N_P} R_3 i_3\right) \text{REACT} + \left[- U_0 - \left(\frac{N_R}{N_P} E_3 - \frac{N_R}{N_P} R_3 i_3\right) \text{REACT} \right] (-1)^{\text{NBSIN}}.$$

Die Ströme i_1 und i_3 lassen sich als Funktionen von Φ_I und Φ_{II} ausrechnen wenn man dafür das System (6) verwendet:

$$(9)\qquad \begin{cases} i_1 = \dfrac{1}{2N_L} \left[P(\Phi_I) + P(\Phi_{II}) \right], \\ i_3 = \dfrac{\text{REACT}}{2N_P} \left[P(\Phi_I) - P(\Phi_{II}) - 2N_R\, i_1 (-1)^{\text{NBSIN}} \right]. \end{cases}$$

Um den Anfang des Zeitintervalles aller leitenden Dyoden zu bestimmen, werden weiter die Spannungen U_{12} und U_{34} untersucht (Abb. 3 *a*, *b*). Offenbar:

$$(10)\qquad U_{34} = \frac{U_A + U_C}{2}, \quad U_{12} = \frac{U_A - U_C}{2};$$

$$(11)\qquad \begin{cases} U_A = U_m \sin \omega t - N_L \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\Phi_I + \Phi_{II}) - R_1 i_1, \\ U_C = N_R \dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_1 (-1)^{\text{NBSIN}}. \end{cases}$$

Die Bedingung der vorzeitigen Öffnung der „negativen" Dyoden ist:

$$(12)\qquad U_{34} + \frac{U_0}{2} < 0,$$

wobei:

$$(13)\qquad U_{34} = \frac{1}{2} \left[U_m \sin \omega t - N_L \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\Phi_I + \Phi_{II}) - R_1 i_1 + N_R \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} (\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_1 \right]$$

bzw. dieselbe Bedingung für die „positiven" Dyoden wenn $i_1 < 0$:

$$U_{12} - \frac{U_0}{2} > 0, \tag{14}$$

$$U_{12} = \frac{1}{2}\left[U_m \sin \omega t - N_L \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I + \Phi_{II}) - R_1 i_1 - N_R \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_1\right]. \tag{15}$$

Um die Gleichungen zu normieren, werden zuerst die normierten Flüsse und Ströme deffiniert:

$$v_j = \frac{\Phi_j}{\Phi_n}, \quad u_k = \frac{i_k}{I_n}, \quad (j=1, 2; \; k = 1, 2, 3). \tag{16}$$

Gleichzeitig, führt man noch folgende Abkürzungen ein:

$$\begin{cases} e_1 = \dfrac{R_1 + 2rR_d + R_2}{2N_L \Phi_n \omega} I_n, \quad e_2 = \dfrac{R_3 I_n}{2N_P \Phi_n \omega}, \\ e_3 = \dfrac{N_R R_3 I_n}{2N_L N_P \Phi_n \omega}, \quad e_4 = \dfrac{N_R}{N_n}; \\ B = \dfrac{U_m}{2N_L \Phi_n \omega}, \quad B_3 = \dfrac{E_3}{2N_P \Phi_n \omega}, \quad U_{\text{BLOCT}} = \dfrac{U_0}{2N_L \Phi_n \omega}, \quad \tau = \omega t; \\ e_7 = 2N_L, \quad e_{12} = \dfrac{R_1 I_n}{\Phi_n \omega}, \quad e_{13} = \dfrac{R_2 I_n}{\Phi_n \omega}, \quad U_{\text{BLOC}} = \dfrac{U_0}{2\Phi_n \omega}. \end{cases} \tag{17}$$

Auf dieser Weise, die Beziehungen (7)...(9), werden:

$$\frac{\mathrm{d}v_1}{\mathrm{d}\tau} = B \sin \tau - e_1 u_1 + (B_3 - e_2 u_3)\text{REACT} + [- U_{\text{BLOCT}} - (e_1 B_3 - e_3 u_3)\text{REACT}] (-1)^{\text{NBSIN}}, \tag{18}$$

$$\frac{\mathrm{d}v_2}{\mathrm{d}\tau} = B \sin \tau - e_1 u_1 - (B_3 - e_2 u_3)\,\text{REACT} + [- U_{\text{BLOCT}} - (e_4 B_3 - e_3 u_3)\,\text{REACT}](-1)^{\text{NBSIN}}; \tag{19}$$

$$\begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2N_L I_n}[P_N(v_1) + P_N(v_2)], \\ u_3 = \dfrac{\text{REACT}}{2N_P I_n}[P_N(v_1) - P_N(v_2) - 2N_R I_n u_1 (-1)^{\text{NBSIN}}]. \end{cases} \tag{20}$$

Zu diesen werden noch die Bedingungen (12), (13) und (14), (15), in normierten Werte, hinzugefügt:

$$U_{34} + U_{\text{BLOC}} < 0, \tag{21}$$

$$U_{34} = \frac{1}{2}\left[e_7 B \sin \tau - N_L \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1 + v_2) - e_{12} u_1 + N_R \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1 - v_2) + e_{13} u_1\right], \tag{22}$$

(23) $$U_{12} - U_{BLOC} > 0,$$

(24) $$U_{12} = \frac{1}{2}\left[e_7 B \sin\tau - N_L \frac{d}{d\tau}(v_1+v_2) - e_{12}u_1 - N_R \frac{d}{d\tau}(v_1-v_2) + e_{13}u_1\right].$$

b) $i_1 \gtrless 0$, *alle Dyoden leiten* (Abb. 4)

Die Maschen- und Knotengleichungen ergeben in diesem Fall:

(25) $$N_L \frac{d}{dt}(\Phi_I + \Phi_{II}) + R_1 i_1 + R_d(i_5 + i_6) + N_R \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_2 + U_0 = U_m \sin \omega t,$$

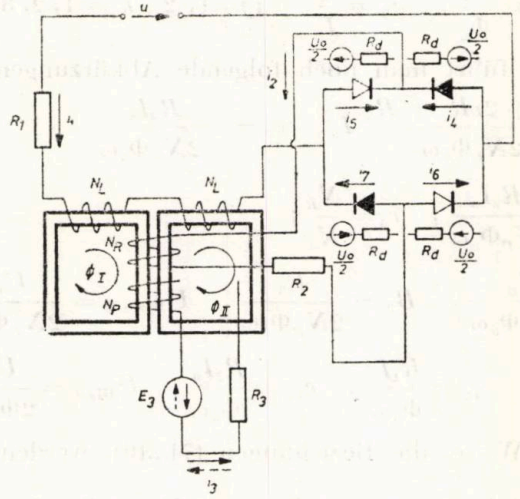


Abb. 4

(26) $$N_R \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_2 + R_d(i_5 + i_7) = -U_0,$$

(27) $$N_R \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_2 + R_d(i_6 + i_4) = -U_0,$$

(28) $$\text{REACT}\, N_P \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_3 i_3 = E_3, \quad (29) \qquad i_1 = i_5 - i_7,$$

(30) $$i_2 = i_5 + i_4, \qquad (31) \qquad i_2 = i_7 + i_6.$$

Mittels (29) und (31) lässt sich beweisen daß $i_5 + i_6 = i_1 + i_2$ so daß (25) wird:

(32) $$N_L \frac{d}{dt}(\Phi_I + \Phi_{II}) + (R_1 + R_d) i_1 + (R_2 + R_d) i_2 + N_R \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) + U_0 = U_m \sin \omega t.$$

Aus (30), (31), bzw. (27), folgt:

$$i_5 + i_7 = 2i_2 - (i_6 + i_4), \tag{33}$$

$$i_6 + i_4 = -\frac{1}{R_d}\left[U_0 + N_R \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_2\right]. \tag{34}$$

Die Einführung dieser Gleichungen in (26) hat als Folge:

$$N_R \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II}) + (R_2 + R_d) i_2 = -U_0. \tag{35}$$

Von hier aus lassen sich die Ableitungen $\mathrm{d}\Phi_I/\mathrm{d}t$ und $\mathrm{d}\Phi_{II}/\mathrm{d}t$ gewinnen, deren Benützung in (32) ergibt schließlich:

$$2N_L \frac{\mathrm{d}\Phi_I}{\mathrm{d}t} = U_m \sin \omega t - (R_1 + R_d) i_1 - \frac{N_L}{N_R}(R_2 + R_d) i_2 - \frac{N_L}{N_R} U_0, \tag{36}$$

$$2N_L \frac{\mathrm{d}\Phi_{II}}{\mathrm{d}t} = U_m \sin \omega t - (R_1 + R_d) i_1 + \frac{N_L}{N_R}(R_2 + R_d) i_2 + \frac{N_L}{N_R} U_0. \tag{37}$$

Um die Werte der Ströme berechnen zu können, dienen die Durchflutungleichungen:

$$N_L i_1 + N_R i_2 + \mathrm{REACT}\, N_P i_3 = P(\Phi_I),\ N_L i_1 - N_R i_2 - \mathrm{REACT}\, N_P i_3 = P(\Phi_{II}) \tag{38}$$

und von hier:

$$\begin{cases} i_1 = \dfrac{1}{2N_L}[P(\Phi_I) + P(\Phi_{II})], \\ i_2 = \dfrac{1}{2N_R}[P(\Phi_I) - P(\Phi_{II}) - \mathrm{REACT}\, 2N_P i_3]; \end{cases} \tag{39}$$

i_3 lässt sich von (28) bestimmen:

$$i_3 = \left[E_3 - \mathrm{REACT}\, N_P \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II})\right]\frac{1}{R_3}, \tag{40}$$

und dadurch wird i_2 ((s.(39$_2$)):

$$i_2 = \frac{1}{2N_R}[P(\Phi_I) - P(\Phi_{II})] - \frac{N_P}{N_R}\left[\mathrm{REACT}\, E_3 - N_P \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\Phi_I - \Phi_{II})\right]\frac{1}{R_3}. \tag{41}$$

Durch Einführung der Beziehungen (39$_1$) und (41) in (36), (37) erhält man ein algebraisches System mit den Unbekannten $\mathrm{d}\Phi_I/\mathrm{d}t$ und $\mathrm{d}\Phi_{II}/\mathrm{d}t$, desen Lösung ist:

$$\begin{aligned} \frac{\mathrm{d}\Phi_I}{\mathrm{d}t} = {} & \frac{Z_1 + Z_4}{2N_L} U_m \sin \omega t - \frac{Z_1 + Z_4}{2N_L}(R_1 + R_d) i_1 - \\ & - \frac{Z_1 - Z_4}{2N_R} U_0 + Z_3 - Z_2[P(\Phi_I) - P(\Phi_{II})], \end{aligned} \tag{42}$$

$$\frac{d\Phi_{II}}{dt} = \frac{Z_1+Z_4}{2N_L} U_m \sin \omega t - \frac{Z_1+Z_4}{2N_L}(R_1 + R_d)i_1 + \tag{43}$$
$$+ \frac{Z_1-Z_4}{2N_R} U_0 - Z_3 + Z_2[P(\Phi_I) - P(\Phi_{II})].$$

Hier wurden weitere Abkürzungen benutzt u. zw.:

$$\begin{cases} a_1 = \dfrac{R_2 + R_d}{4N_R^2}, \quad b_1 = \dfrac{R_2 + R_d}{2N_R^2 R_3} N_P E_3 \,\text{REACT}, \quad c_1 = \dfrac{R_2 + R_d}{2N_R^2 R_3} N_P^2; \\ Z_1 = \dfrac{1 + c_1}{1 + 2c_1}, \quad Z_2 = \dfrac{a_1}{1 + 2c_1}, \quad Z_3 = \dfrac{b_1}{1 + 2c_1}, \quad Z_4 = \dfrac{c_1}{1 + 2c_1}. \end{cases} \tag{44}$$

Sollten U_{DN} und U_{DP} die gesamten Spannungen auf den „negativen" Dyoden in der Sperrerichtung, bzw. auf den „positiven" Dyoden in der leintenden Richtung bedeuten, dann:

$$U_{DN} = U_m \sin \omega t - R_1 i_1 - N_L \frac{d}{dt}(\Phi_I + \Phi_{II}) + N_R \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) + R_2 i_2, \tag{45}$$

$$U_{DP} = U_m \sin \omega t - R_1 i_1 - N_L \frac{d}{dt}(\Phi_I + \Phi_{II}) - N_R \frac{d}{dt}(\Phi_I - \Phi_{II}) - R_2 i_2. \tag{46}$$

Die Sperrebedingung für die „negativen", bzw, „positiven" Dyoden ist:

$$U_{DN} > -U_0, \tag{47}$$

$$U_{DP} < U_0. \tag{48}$$

Um diese Gleichungen zu normieren verwendet man noch die Konstanten:

$$\begin{cases} e_8 = Z_1 + Z_4, \quad e_9 = \dfrac{Z_1+Z_4}{2N_L \Phi_n \omega}(R_1 + R_d) I_n, \quad \text{UB} = \dfrac{Z_1 - Z_4}{2N_R \Phi_n \omega}, \\ e_{10} = \dfrac{Z_3}{\Phi_n \omega}, \quad e_{11} = \dfrac{Z_2}{\Phi_n \omega}. \end{cases} \tag{49}$$

Auf dieser Weise, (42), (43), (39), (40), (45)...(48) werden:

$$\frac{dv_1}{d\tau} = e_8 B \sin \tau - e_9 u_1 - \text{UB} + e_{10} - e_{11}[P_N(v_1) - P_N(v_2)], \tag{50}$$

$$\frac{dv_2}{d\tau} = e_8 B \sin \tau - e_9 u_1 + \text{UB} - e_{10} + e_{11}[P_N(v_1) - P_N(v_2)], \tag{51}$$

$$(52)\quad \begin{cases} u_1 = \dfrac{1}{2N_L I_n}\,[P_N(v_1) + P_N(v_2)], \\ u_2 = \dfrac{1}{2N_R I_n}\,[P_N(v_1) - P_N(v_2) - 2N_P I_N u_3\,\mathrm{REACT}], \\ u_3 = \dfrac{B_3}{e_2} - \dfrac{1}{2e_2}\cdot\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1 - v_2)\,\mathrm{REACT}, \end{cases}$$

$$(53)\quad \mathrm{UDN} = e_7 B\sin\tau - e_{12}u_1 + e_{13}u_2 - N_L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1+v_2) + N_R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1 - v_2),$$

$$(54)\quad \mathrm{UDP} = e_7 B\sin\tau - e_{12}u_1 - e_{13}u_2 - N_L\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1+v_2) - N_R\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\tau}(v_1 - v_2),$$

$$(55)\quad \mathrm{UDN} + 2U_{\mathrm{BLOC}} > 0, \qquad (56)\quad \mathrm{UDP} - 2U_{\mathrm{BLOC}} < 0.$$

c) $i_1 = 0$, *alle Dyoden gespert* (Abb. 5)

In diesem Falle sind die Durchflutungen auf beiden Kerne gleich, so daß $\Phi = \Phi_I = -\Phi_{II}$ und:

$$(57)\quad 2N_P\,\mathrm{REACT}\,\frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} + R_3 i_3 = E_3, \qquad (58)\quad \mathrm{REACT}\,N_P i_3 = P(\Phi),$$

oder, normiert:

$$(59)\quad \frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}\tau} = \mathrm{REACT}\,(B_3 - e_2 u_3), \qquad (60)\quad \mathrm{REACT}\,N_P I_n u_3 = P_N(v).$$

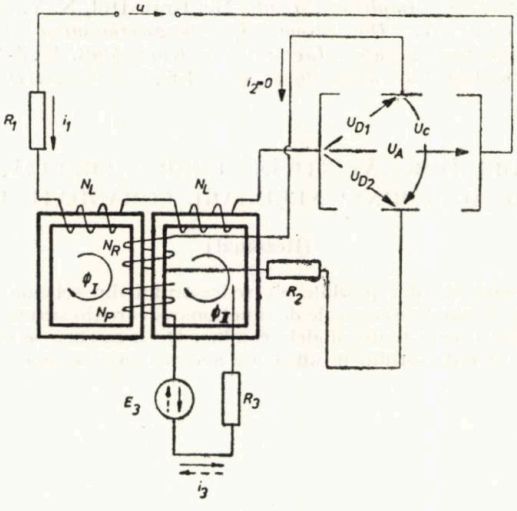


Abb. 5

Um den Zeitpunkt der Öffnung eines Dyodenpaares festzustellen, sollte man noch betrachten daß:

$$(61) \qquad U_{D1} = \frac{U_A - U_C}{2}, \quad U_{D2} = \frac{U_A + U_C}{2},$$

$$(62) \qquad U_A = U_m \sin \omega t, \quad U_c = 2N_R \frac{d\Phi}{dt} = \frac{N_R}{N_P} \text{REACT}\,(E_3 - R_3 i_3),$$

oder, nach Normierung:

$$(63) \qquad U_{AN} = e_7 B \sin \tau, \quad U_{CN} = 2N_R\,(B_3 - e_2 u_3)\,\text{REACT},$$

so daß die Öffnungsbedingung für die „positiven", bzw. „negativen" Dyoden ist:

$$(64) \qquad U_{D1N} > U_{\text{BLOC}}, \qquad (65) \qquad U_{D2N} < -U_{\text{BLOC}}.$$

Die Integrierung der vorherangegebenen Gleichungen und die Einbeziehung aller möglichen Arbeitsreihenfolgen erfolgt nur numerisch unter Anwendung von passenden Anfangsbedingungen. Diese Aspekte werden in einer weiteren Arbeit diskutiert.

Eingegangen am 20. November 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für
Elektronik und Rechenanlagen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Antonescu M., *Über ein Studiumverfahren der Kennlinien der durch Rückwirkung gesteuerten Spulen*. Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV) *3–4*, s. III, 32–37 (1974).
2. Dan I., Moseanu Al., *Redresoare cu semiconductori*. Ed. Tehn., Buc., 1975.
3. Geyger W. A., *Magnetic Amplifier Circuits*. Mc. Graw-Hill, N. Y., 1957.
4. Schulze-Bruxloh W., *Die Strom – Spannungsverhältnisse eines Gleichrichters in Brückenschaltung zwischen Leerlauf und Kurzschluß*. ETZ-A, *8*, 263–269 (1962).
5. Storm H. F., *Amplificateurs magnétiques*, (aus Englisch übersetzt). Dunod, Paris, 1960.

ASUPRA UNUI MODEL ÎMBUNĂTĂŢIT ÎN VEDEREA PRECIZĂRII RĂSPUNSULUI DE REGIM FORŢAT AL BOBINEI NELINIARE COMANDATE PRIN REACŢIE (I)

(Rezumat)

Pe baza examinării stărilor posibile ale redresorului din schema unei bobine neliniare comandate prin reacţie se stabilesc ecuaţiile de funcţionare, care ţin seama şi de posibila existenţă a unui interval de timp în care toate diodele conduc. De asemenea se cercetează condiţiile de trecere dintr-un regim al redresorului în altul. Pe această cale se ameliorează modelul propus în [1].

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D.C 621.319.55

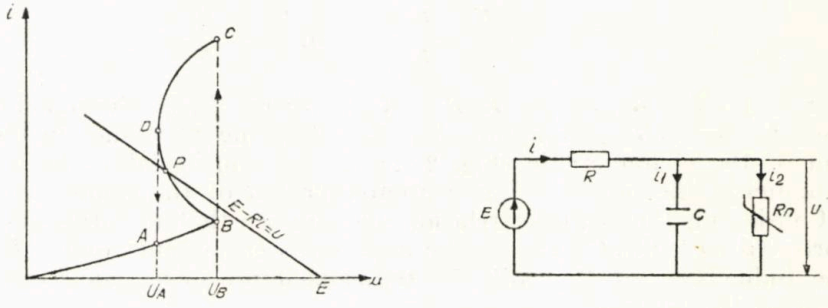
RELAXATION OSCILLATORS WITH A LINEAR FREQUENCY CHARACTERISTIC AS A FUNCTION OF A PARAMETER OF THE REACTIVE ELEMENT

BY

VIOREL COSMA

1. Theoretical Considerations

The relaxation oscillations can appear in the electrical circuits containing non-linear resistors and one linear reactive element. For the case when one non-linear resistor having a S shaped volt — ampere characteristic $i(u)$ (neon lamp) as shown in Fig. 1 *a*, is used, the connection diagram of the Fig. 1 *b* is considered, where the linear reactive element is a capacitor C, shunt-connected to the non-linear resistor R_n.



a *b*

Fig. 1

If a non-linear resistor having a N-shaped $i(u)$-characteristic (tunnel diode, dynatron effect tube), as shown in Fig. 2 *a*, is used, then the diagram of the relaxation oscillator, as in the Fig. 2 *b*, has a coil L as the linear reactive element, series-connected with the non-linear resistor R_n.

For generating relaxation oscillations it is necessary that the load line $E - Ri = u$ should cross the $i(u)$-characteristic of the non-linear element in a point situated in the negative resistance domain (point D in Fig. 1 *a* and 2 *b*). In this case the operation of the circuit becomes instable, the operating point moves along the relaxation cycle $ABCD$.

It was demonstrated [1], [2] that the period of the oscillation for the oscillator shown in Fig. 1 *b* is given by the relation ;

$$T = \tau_1 \ln \frac{E - U_A}{E - U_B} + \tau_2 \ln \frac{U_B}{U_A}, \tag{1}$$

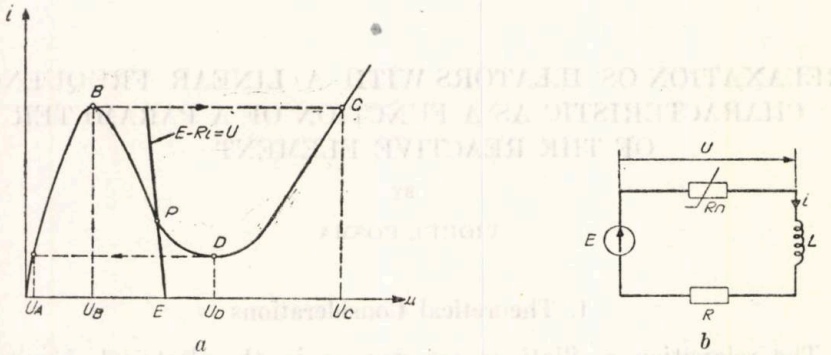


Fig. 2

with $\tau_1 = RC$, $\tau_2 = R_d C$, where R_d is the dynamic resistance of the non-linear resistor in the CD section of the $i(u)$-characteristic (s. Fig. 1 *a*).

For the oscillator shown in Fig. 2 *b* the period of the oscillation is given by the relation:

$$T = \tau_1 \ln \frac{E - U_A}{E - U_B} + \tau_2 \ln \frac{U_C - E}{U_D - E}, \tag{2}$$

with $\tau_1 = L/(R + R_{d1})$, $\tau_2 = L/(R + R_{d2})$, where R_{d1} is the dynamic resistance in the AB section and R_{d2} the dynamic resistance in the CD section of the characteristic (Fig. 2 *a*); it was considered in both cases, for simplicity, the piece wise linear approximation of the characteristic.

Considering the frequency relation one can see that it varies inversely proportional with the C value of the capacitor's capacitance or the L value of the inductivity of the coil. As the capacitance of a planar capacitor is given by the relation :

$$C = \frac{\varepsilon S}{\delta} \tag{3}$$

and the inductivity of a coil with a very permeable ferromagnetic core having an air-gap is given by the relation :

$$L = \frac{N^2}{l/\mu S + d/\mu_0 S} \approx \mu_0 \frac{N^2 S}{d}, \quad (\mu \gg \mu_0), \tag{4}$$

it results that the frequency of the relaxation oscillations is directly proportional with the distance δ between the plates of the capacitor or the width d of the air-gap of the coil.

Thus, a linear function between a mechanical quantity — the displacement — and the electrical signal — the frequency of the relaxation oscillations — was obtained as well as the advantage of using relaxation oscillators in constructing displacement — frequency transducers.

For this kind of transducers [3], using oscillating circuits made up by coils and capacitors, where the resonance frequency is given by the relation :

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}, \tag{5}$$

it results that it is not possible to derive in a simple way a linear relationship between the mechanical quantity (displacement), as it is given by the variation of the distance between the capacitor plates or the air-gap of the coil, and the frequency f of the electrical signal.

When neglecting the term $l/\mu S$ from the relation (4) in comparison with the relation (3), where no term is neglected, the use of the parallel-type relaxation oscillators (Fig. 1 *b*) is preferred instead of series-type relaxation oscillators (Fig. 2 *b*). But, as considering the capacitance value of the used capacitors, the frequency of the relaxation oscillations we obtain is quite great, the stroy capacitances can be of the same order of magnitude as the transducer capacitance.

For the case of the series oscillators (Fig .2 *b*) the errors introduced by the external factors are negligible. The losses appearing in the ferromagnetic core (caused by hysteresis and eddy currents) must be considered instead and they depend on the frequency. The utilisation of the permvar-core ferrites leads to the elimination of the losses by eddy currents, with a constant magnetic permeability in the whole operating domain of the transducer.

Using the series-type equivalent diagram [1] for representing the coil with losses and an elliptical hysteresis cycle, it results for the power lost by hysteresis the expression :

$$P = \frac{H_m^2}{2L_0} R_p, \tag{6}$$

where L_0 is the inductance of the coreles coil. It results that the loss resistance R_p is practically independent from the oscillation frequency and thus the frequency depends exclusively on the inductivity of the coil.

2. Experimental Results

For constructing the displacement frequency transducer a series-type relaxation oscillator was used (Fig. 3), where the non-linear resistor is a tunnel-diode. This oscillator type was used for the measurement of the inductivities because of the frequency stability in a rather big domain of the supply voltages [4].

In the constructed transducer, the linear inductivity coil L has a magnetic circuit made up from two E-shaped ferrite cores (Fig. 4), each

one can be displaced in respect with the other by means of a mechanical derive and the total resistance R of the oscillator has a very small value.

The experimental characteristics $f(U)$ for different values d of the air-gap width are shown in Fig. 5, the values of U ranging between the extreme values U_B and U_D (s. Fig. 2 *a*). The maximum values of the frequency are obtained for the values of U ranging between 0.35...0.4 V. For

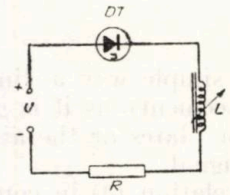


Fig. 3

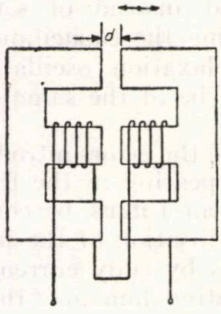


Fig. 4

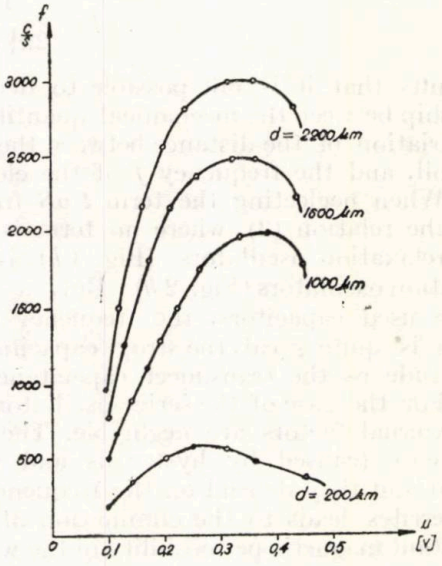


Fig. 5

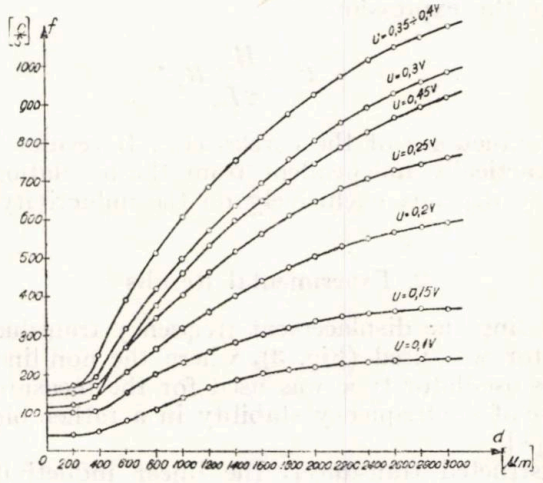


Fig. 6

these values of the supply voltages ($U \approx 0.8\ U_D$) the errors appearing in the calculus of the frequency using the piece-wise linear characteristic in comparison with the case of the approximation by more complex functions, are minimal [2]. For such values the frequency stability is maximal for small variations of the supply voltage.

The operation characteristics of the transducer $f(d)$, as shown in Fig. 6, are almost linear for a rather big domain of the air-gap of the coil. The deviations from the linear shape of the operation characteristics increase for great values of the displacement as well as for great values of the supply voltage. The sensitivity of the transducer is maximal for a supply voltage of the oscillator $U = 0.35...0{,}4$ V.

For checking the accuracy of the transducer the loss resistance R_p was measured for different frequencies and different values of the air-gap width. It was experimentally settled that these can be practically considered as constants, thus the variation of the frequency of the relaxation oscillations is given only by the variation of the value d of the inductivity of the linear coil L.

3. Conclusions

The series-type relaxation oscillators show an almost linear dependance between the frequency of the relaxation oscillations and the value d of the air-gap width of the linear coil L. The sensitivity of the transducer depends on the supply voltage, and it is maximal for $U = 0.35...0.4$ V. For these values of the supply voltage, the error made in the calculus of the frequency, by using the piece-wise linear approximation for the $i(u)$-characteristic of the tunnel diode is minimal.

It was experimentally proved that the value of the transducer's resistance remains practically constant, the frequency depending exclusively on the parameter L of the linear reactive element. The increase of the linear operation domain of the transducer and the corrective methods will be treated in some future papers.

A k n o w l e d g e m e n t. The author wishes to tank Prof. Gh. S a v i n for the valuable suggestions and support offered during this work.

Received, February 6, 1975

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrical Machines
and General Electrotechnics

REFERENCES

1. S a v i n Gh., R o s m a n H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
2. М о р у г и н Л. А., *Импульсные схемы на туннельных диодах.* Изд. Советское радио, М., 1968.
3. G r a v e H. F., *Măsurarea electrică a mărimilor neelectrice,* (transl. from German). Ed. Tehn., Buc., 1966.
4. M e r r e t t J., *A Simple Relaxation Tunnel-Diode Oscillator.* Electr. Eng., 35, *421,* 156—159 (1963).

OSCILATOARE DE RELAXARE CU O DEPENDENŢĂ LINIARĂ A FRECVENŢEI DE UN PARAMETRU AL ELEMENTULUI REACTIV

(Rezumat)

Sint prezentate oscilatoare de relaxare care se bucură de proprietatea că frecvenţa lor depinde liniar de un parametru al elementului reactiv şi se subliniază avantajul folosirii lor în tehnica măsurătorilor. Rezultatele experimentale au fost obţinute folosind un oscilator de relaxare cu diodă tunel.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.316 : 621.36

DIE MÖGLICHKEIT DER LINEARISIERUNG DER KENNWERTE $R(I_h)$ UND $R(U_h)$ DES INDIREKT GEHEIZTEN THERMISTORS

VON

NONEL THIRER

1. Vorwort

Für die Messung des wirksammen Wertes des Stromes und der Wechselspannung in einem breitem Frequenzbereich kann man Brücken mit indirekt geheizten Thermistoren verwenden. Das Ausgleichen der Montagen mit Hilfe eines Präzisionswiderstandes, direkt geeicht in der zu messenden Größe, hat als wichtigsten Nachteil, gemeinsamm für alle Anwendungsmöglichkeiten der indirekt geheizten Thermistoren einen betont nichtlinearen Charakter der Skala, erzeugt von der Nichtlinearität der Kennzeichen des Traduktors [1] ... [3].

In dieser Arbeit wird die Möglichkeit der Linearisierung der Kennzeichen $R(I_h)$ und $R(U_h)$ des indirekt geheizten Thermistors (mit TII bezeichnet) erforscht und es wird der Einfluß der Linearisierung auf die Empfindlichkeit des Thermistors gezeigt. Die abgeleiteten Beziehungen, die experimentell überprüft wurden, wurden mit denjenigen verglichen [4], [5] die bei der Linearisierung der thermischen Kennwerte des direkt geheizten Thermistors erhalten wurden.

Stationär kann der thermische Kennwert des Thermistors mit indirekter Heizung analytisch folgendermassen ausgedrückt werden [1], [2]:

$$R = A \exp (B/T), \tag{1}$$

in welcher: A, B — Materialkonstanten, [Ω], bzw. [°K], R — Widerstand des TII, [Ω], bei einer Temperatur T, [°K].

Unter den Bedingungen unter denen der eigene Strom des Thermistors (I) genügend klein ist um nicht eine Selbsterhitzung zu erzeugen (für gewöhnlich $I \leqslant 100$ μA) wird T:

$$T = T_0 + T_h, \tag{2}$$

wobei: T_0 — Umwelttemperatur, [°K], T_h — thermischer Effekt des Stromkreises der indirekten Heizung berechenbar durch folgende Beziehungen:

$$T_h = \gamma_t H R_h I_h^2 \quad \text{oder} \quad T_h = \gamma_t H \frac{U_h^2}{R_h}, \tag{3}$$

worin: η_i — Thermische Wirksammkeit des Heizungsstromkreises, [%], H — thermischer Überführungskoeffizient, [°K/W], R_h — Widerstand des Heizungsstromkreises, [Ω], I_h, U_h — Strom, bzw. Spannung an den Anschlüssen des Heizers, [A] bzw. [V].

Im allgemeinen kann (3) unter folgender Form geschrieben werden:

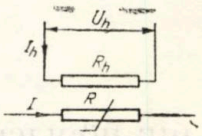


Abb. 1.

$$T_h = kx^2, \tag{4}$$

mit

$$k = \eta_i \frac{R_h}{H} \text{ und } x = I_h \text{ oder } (4'') \quad k = \frac{\eta_i}{HR_h} \text{ und } x = U_h, \tag{4'}$$

d. h. das Problem der Linearisierung der Kennwerte $R(I_h)$ und $R(U_h)$ vermindert sich zur Linearisierung des Kennwertes $R(x)$.

2. Linearisierungsbereiche. Berechnungsbeziehungen

Für die Linearisierung des Kennwertes $R(x)$ um einen Wert x, shuntiert man den Thermistor mit einem Widerstand s so, daß folgende Bedingung erfüllt sei:

$$\frac{\mathrm{d}^2 R_e(x)}{\mathrm{d}x^2} = 0, \tag{5}$$

wo R_e — äquivalenter Widerstand der Einrichtung Thermistor — Shunt, d. h.

$$R_e(x) = \frac{R(x)s}{R(x) + s}. \tag{6}$$

Man erhält den Ausdruck mit der bekannten Form:

$$s = 2\frac{\left[\dfrac{\mathrm{d}R(x)}{\mathrm{d}x}\right]^2}{\dfrac{\mathrm{d}^2 R(x)}{\mathrm{d}x^2}} - R(x), \tag{7}$$

in welcher, in unserem Fall:

$$\begin{cases} R(x) = A \exp \dfrac{B}{T_0 + kx^2}, \\ \dfrac{\mathrm{d}R(x)}{\mathrm{d}x} = -\dfrac{2kBx}{(T_0 + kx^2)^2} R(x), \\ \dfrac{\mathrm{d}^2 R(x)}{\mathrm{d}x^2} = -\dfrac{2kB}{(T_0 + kx^2)^4} (T_0^2 - 2T_0 kx^2 - 3k^2x^4 - 2kBx^2) R(x). \end{cases} \tag{8}$$

Tabelle 1

No.	Existenzbereich	Schuntwerte für Linearisierung	Anfängliche Empfindlichkeit des Thermistor	Empfindlichkeit des linearisierten Thermistors	Shuntwerte fur die höchste Empfindlichkeit	Maximale Empfindlichkeit für den Shuntierten Thermistor	Bemerkungen
0	1	2	3	4	5	6	7
1	$-\beta+\sqrt{\beta^2+\frac{1}{3}}<\gamma<\frac{1}{3}$	$s=R\frac{B+2T'_e}{B-2T'_e}$	$\sigma=\frac{-2\gamma}{(1+\gamma)^2}\cdot\frac{B}{T_0x}$	$\Sigma_l=\frac{\sigma}{2}\left(1+2\frac{T'_e}{B}\right)$	—	—	$\beta=\frac{B+T_0}{3T_0}$
2	$\gamma=\frac{1}{3}$	$s=R$	$\sigma=-\frac{3}{8}\cdot\frac{B}{T_0x}$	$\Sigma_l=\frac{\sigma}{2}$	$+\infty$	$\Sigma=\sigma$	$T_e=T'_e=0$
3	$\frac{1}{3}<\gamma<\alpha+\sqrt{\alpha^2+\frac{1}{3}}$	$s=R\frac{B-2T_e}{B+2T_e}$	$\sigma=\frac{-2\gamma}{(1+\gamma)^2}\cdot\frac{B}{T_0x}$	$\Sigma_l=\frac{\sigma}{2}\left(1-2\frac{T_e}{B}\right)$	$s=R\left(-\sigma x\frac{\gamma+1}{3\gamma-1}-1\right)$	$\Sigma=\sigma\left(1-2\frac{T_e}{B}\right)$	$\alpha=\frac{B-T_0}{3T_0}$
4	$\gamma=1$	$s=R\frac{B-2T_0}{B+2T_0}$	$\sigma=-\frac{1}{2}\cdot\frac{B}{T_0x}$	$\Sigma_l=\frac{\sigma}{2}\left(1-2\frac{T_0}{B}\right)$	$s=R(-\sigma x-1)$	$\Sigma=\sigma\left(1-2\frac{T_0}{B}\right)$	$T_e=T_0$
5	Temperaturtraduktorthermistor	$s=R\frac{B-2T}{B+2T}$	$\sigma=-\frac{B}{T^2}$	$\Sigma_l=\frac{\sigma}{2}\left(1-2\frac{T}{B}\right)$	$s=R\left(\frac{-\sigma T}{2}-1\right)$	$\Sigma=\sigma\left(1-2\frac{T_0}{B}\right)$	—

Durch T_e und T'_e definieren wir eine äquivalente Temperatur so daß:

$$T_e = \frac{1}{4} \cdot \frac{T_0^2}{T_h} - \frac{3}{4} T_h - \frac{T_0}{2} \quad \text{wenn} \quad \frac{1}{4} \cdot \frac{T_0^2}{T_h} > \frac{3}{4} T_h + \frac{T_0}{2}, \tag{9}$$

$$T'_e = -\frac{1}{4} \cdot \frac{T_0^2}{T_h} + \frac{3}{4} T_h + \frac{T_0}{2} = -T_e \quad \text{wenn} \quad \frac{1}{4} \cdot \frac{T_0^2}{T_h} < \frac{3}{4} T_h + \frac{T_0}{2} \tag{9'}$$

und durch γ der relative Beitrag des Heizungsstromkreises beim Steigen der Temperatur des Thermistors d.h.:

$$\gamma = \frac{T_h}{T_0}. \tag{10}$$

Durch diese Bezeichnungen schließt man auf die Berechnungsbeziehungen die in Tabelle 1, Spalte 2, gezeigt werden.

Die Linearisierung ist nur möglich wenn die klaren Beziehungen

$$B > 2T_e \text{ oder bzw. } B > 2T'_e \tag{11}$$

erfüllt sind, Bedingungen die zur Einengung des Existenzbereiches der Größe γ (Tabelle 1, Spalte 1) und folglich auch der x-Werte um die Linearisierung durchgeführt werden kann, führen.

Tabelle 1 enthält noch zwei Sonderfälle ($\gamma = 1$ und $\gamma = 1/3$) sowie die bekannten Berechnungsbeziehungen [2], [5] die gültig für die Linearisierung des Thermistors um eine Temperatur T (Linie 5) sind.

Daraus folgt, daß die allgemeine Berechnungsbeziehung des zur Linearisierung des Kennwertes $R(x)$ nötigen Shuntes folgende Form hat:

$$s = R \frac{B - 2T_e}{B + 2T_e}, \tag{12}$$

d. h. sie ist formell identisch mit der Beziehung zur Linearisierung des Kennwertes $R(T)$ (Tabelle 1, Spalte 2, Linie 5) in der T durch T_e ersetzt wird (T_e wird in (5) gegeben) und durch R versteht man den Widerstand bei der Temperatur $T_0 + Kx^2$ anstatt $R(T)$.

Eine Besonderheit der Linearisierung von $R(x)$ um einen Wert x, besteht in der Überprüfung der Bedingung

$$B > 2|T_e|. \tag{13}$$

Im Falle einer Nichterfüllung der Bedingung (13), um doch eine Linearisierung um den gewünschten Wert x, laut Beziehung (13) zu erreichen kann auf die Temperatur T_0 des Mediums in dem sich der Thermistor befindet, gewirkt werden.

Abweichungen von der Linearität für einen Wert $z \neq x$ kann abgeschätzt werden durch das Verhältnis zwischen dem reellen Widerstand in einem Punkt, $R_e(z)$, berechnet laut Beziehung (6) und (12):

$$(14)\quad R_e(z) = \frac{R(z)\,s}{R(z)+s} = R(z)\,R(x)\,\frac{B-2T_e}{B[R(x)+R(z)]+2T_e[R(z)-R(x)]}$$

und dem idealen Widerstand R_{ei} berechnet unter den Bedingungen unter denen die Linearität im Punkt z beibehalten wird:

$$(15)\quad \frac{R_{ei}(z)-R_e(z)}{z-x} = -\frac{2kBx}{(T_0+kx^2)^2}\,R(x).$$

Es folgt:

$$(16)\quad \frac{R_e(z)}{R_{ei}(z)} = \frac{1}{\left[1+\frac{R(x)}{R(z)}\right]B+2T_e\left[1-\frac{R(x)}{R(z)}\right]}\cdot\frac{1}{\frac{1}{2B}-\frac{2kB}{B-2T_e}\cdot\frac{z-x}{(T_0+T_h)^2}}$$

und die Abweichung von der Linearität, in Prozent, (K_N), ist:

$$(17)\quad K_N = \left[\frac{R_e(z)}{R_{ei}(z)}-1\right]\cdot 100,\ [\%].$$

Wir setzen die Bedingung daß diese Abweichung einen festgesetzten Wert ε nicht überschreitet, dann kann aus Beziehung (16) z berechnet werden, das sind die Grenzen des Variationsbereiches für x für welche der Thermistorwiderstand als linear angenommen werden kann.

3. Empfindlichkeit

Ausgehend von der Definition der Thermistorempfindlichkeit (σ) und der Einrichtung Thermistor — Shunt (σ_s) zur Variation der Größe x:

$$(18)\quad \sigma = \frac{1}{R(x)}\cdot\frac{\mathrm{d}R(x)}{\mathrm{d}x},$$

$$(18')\quad \sigma_s = \frac{1}{R_e(x)}\cdot\frac{\mathrm{d}R_e(x)}{\mathrm{d}x} = \sigma\,\frac{s}{R(x)+s},$$

in Tabelle 1, Spalten 3 und 4, werden die Beziehungen zur Berechnung der verschiedenen möglichen Fälle gegeben.

Für den linearisierten Thermistor wurde der Shuntwert in Betracht gezogen der laut Tabelle 1, Spalte 2, berechnet wurde.

Wenn man den Shunt unter der Bedingung maximaler Empfindlichkeit berechnet

$$(19)\quad \frac{\mathrm{d}\sigma_s(x)}{\mathrm{d}x} = 0,$$

entstehen die Formeln aus Tabelle 1, Spalte 5, und die maximale Empfindlichkeit Σ kann mit Hilfe der Ausdrücke aus Tabelle 1, Spalte 6, bestimmt werden.

Daraus ergibt sich, daß sowohl die Empfindlichkeit des linearisierten Thermistors (Σ_l) als auch die maximale Empfindlichkeit (Σ) durch Beziehungen die formal identisch mit denjenigen des Temperaturtraduktorthermistors bestimmt werden können.

Das Verhältniss

$$\frac{\Sigma}{\Sigma_l} = 2 \tag{20}$$

bleibt ungeändert.

Es muss gezeigt werden, als eine Besonderheit, daß die Bestimmung des Shuntwertes unter Einhaltung der Bedingung (19) nur bei $\gamma > 1/3$ möglich ist.

4. Experimentelle Überprüfungen

Es wurde ein TII Typ TI-2,5, in der Volksrepublik Ungarn hergestellt, verwendet, der folgende experimentell bestimmte Parameter hat:

$$B = 3\,300°\text{K}, \quad H = 0{,}83.10^{-4}\,\text{W/°K}, \quad R_h = 100\ \Omega, \quad \eta = 0{,}82.$$

In Tabelle 2, Linie 1, wird der Kennwert $R(I_h)$ des nichtlinearisierten Thermistors gezeigt.

Der Widerstand des Thermistors wurde durch die aval-Methode gemessen, wobei die Abweichungen der Methode ausgeschaltet wurden. Der Strom durch den Thermistor hat 32 ... 37 μA betragen, also genügend klein um nicht zu einer Überhizung des Thermistors zu führen.

Tabelle 2

I_h [mA]	1	2	3	3,5	4	4,5	5	6	7
R [kΩ]	10,95	10,05	8,65	7,9	7,3	6,66	5,97	4,65	3,6
R_{lin} [kΩ]	8,5	8,23	7,25	6,76	6,26	5,66	5,27	4,2	3,32

Um den Kennwert $R(I_h)$ um den Wert $I_h = 4$ mA zu linearisieren wurde

$$\gamma = \frac{T_h}{T_0} = \frac{16}{293{,}65} = 0{,}0545, \quad (T_0 = 20{,}5°\text{C}),$$

berechnet (γ bestätigt die Bedingung aus Tabelle 1, Spalte 1, Linie 1, d. h. die Linearisierung ist möglich);

$$T_e = 293{,}65\,(4{,}585 - 0{,}041 - 0{,}5) = 1\ 185°\text{K},$$

$$s = R\,\frac{B + 2T_e'}{B - 2T_e'} = 7{,}3 - \frac{3\,300 + 2.1\,185}{3\,300 - 2.1\,185} = 44,5\,\text{k}\Omega.$$

Der erhaltene Kennwert, $R_{\text{lin}}(I_h)$, ist in Tabelle 2, Linie 2, gegeben.

Es wird festgestellt, daß eine perfekte Linearisierung für $2\,\text{mA} \leqslant I_h \leqslant 5\,\text{mA}$ (d. h. für eine Änderung der Temperatur über 20°C) erreicht wurde.

Die Empfindlichkeit des linearisierten Thermistors ist für $I_h = 4\,\text{mA}$:

$$\Sigma_l = \frac{\sigma}{2}\left(1 + 2\,\frac{1\,185}{3\,300}\right) = 0{,}86\,\sigma,$$

d.h. die Empfindlichkeit hat sich um weniger als 15% gegenüber der Empfindlichkeit des nichtlinearisierten Thermistors vermindert. Die Verringerung der Empfindlichkeit ist klein im Vergleich zum klassischen Fall der Linearisierung des Kennwertes $R(T)$ bei der die Empfindlichkeit um mehr als 50% fällt [5].

5. Schlußfolgerungen

1. Die experimentellen Überprüfungen haben, mit wenigen Einschränkungen, bestätigt, daß es möglich ist die Kennwerte des TII, $R(I_h)$ und $R(U_h)$, zu linearisieren.

2. Die Empfindlichkeit des so linearisierten TII fällt nur wenig gegenüber der Anfangsempfindlichkeit im Vergleich zum Fall der Linearisierung von $R(T)$.

3. Die Beziehungen zur Berechnung sind formell ähnlich denen im Falle des direkt geheizten Temperaturtraduktorthermistors.

4. Der Bereich in dem die Linearisierung beibehalten wird, wird anhand der abgeleiteten Ausdrücke zur Berechnung der Abweichung von der Linearität, bestimmt.

5. Die Linearisierung von TII führt zur Erweitung und Perfektionierung der Anwendbarkeit der Thermistoren und soll in einer weiteren Arbeit erörtert werden.

Eingegangen am 10. September 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektrotechnik,
Elektrische Maschinen und
Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Björk N., *Theory of the Indirectly Heated Thermistor.* Chalmers Tekniska Hogskolos, Gothenburg , 1959, 211.
2. Теплинский А., *Высоко чувствительные преобразователи для измерения малых переменных токов.* Изм. техн., *4*, 22 (1969).
3. Puşkaş F. ş. a., *Măsurarea curentului alternativ cu traductoare semiconductoare termorezistive.* Stud. Univ. Babeş—Bolyai, Series Math. - Phys., *1*, 101. (1969).
4. Codreanu C. ş. a., *Termistoare şi varistoare în măsurări şi automatizări.* Ed. Tehn., Buc., 1970.
5. Trufinescu L., *Consideraţii asupra reducerii dispersiei la termistoare,* Metrologia apl., *8*, 372—379 (1964).

POSIBILITATEA LINIARIZĂRII CARACTERISTICILOR $R(I_h)$ ȘI $R(U_h)$ ALE TERMISTORULUI CU ÎNCĂLZIRE INDIRECTĂ

(Rezumat)

Se analizează posibilitatea liniarizării caracteristicii termistorului cu încălzire indirectă funcție de curentul sau tensiunea la bornele circuitului de încălzire și se studiază influența liniarizării asupra sensibilității termistorului.

Relațiile de calcul deduse sînt verificate experimental și sînt comparate cu cele prezentate în literatură pentru liniarizarea termistoarelor funcție de temperatură.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.314.224

CONSIDERAȚII ASUPRA FUNCȚIONĂRII ÎN REGIM TRANZITORIU DE SCURTCIRCUIT A TRANSFORMATORULUI DE CURENT LINIAR, COMPENSAT ELECTRONIC

DE

ELENA LUCANU și ADRIAN CREȚU

1. Introducere

În cîteva lucrări anterioare [3] ... [5] etc., s-au studiat teoretic și experimental mai multe scheme electrice pentru compensarea erorilor transformatorului de curent, utilizîndu-se în acest scop un procedeu electronic. A rezultat faptul că transformatoarele de curent, compensate prin procedeul electronic, pot fi utilizate — menținîndu-și precizia foarte ridicată — pentru măsurarea unor intensități de curent, cuprinse într-un domeniu foarte larg, cu mult peste valorile nominale caracteristice transformatoarelor respective.

Se pune problema extinderii utilizării transformatorului de curent, liniar, compensat electronic și la măsurarea unor curenți de scurtcircuit asimetrici, amortizați, de forma :

$$i_1 = I_{1m}(e^{-t/T_1} - \cos \omega t), \tag{1}$$

în care $T_1 = L_1/R_1$ este constanta de timp a circuitului primar al transformatorului de curent utilizat.

Pentru studiul comportării unui transformator de curent liniar, compensat electronic, în regim tranzitoriu, în prealabil este necesară deducerea și soluționarea ecuației diferențiale care caracterizează funcționarea transformatorului respectiv în acest regim. Această ecuație va permite — deocamdată teoretic — obținerea unor concluzii asupra posibilității, avantajelor și limitelor utilizării transformatoarelor de curent, compensate electronic, în scopul măsurării curenților de scurtcircuit.

2. Ecuația diferențială a transformatorului de curent, liniar, compensat electronic

Pentru un transformator de curent liniar, necompensat, ecuația diferențială care-l caracterizează în regim tranzitoriu, are forma [1], [2]:

$$\frac{di_0}{dt} + \frac{i_0}{T_2} = k_L \frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{T_2}, \tag{2}$$

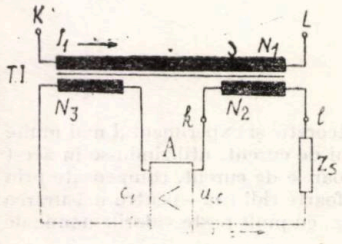
în care :

$$T_2 = \frac{L_\mu + L_{d2} + L_s}{R_2 + R_s} \tag{3}$$

reprezintă constanta de timp a circuitului secundar al transformatorului de curent, iar

$$k_L = \frac{L_{d2} + L_s}{L_\mu + L_{d2} + L_s} \tag{4}$$

— raportul inductivităților proprii ale transformatorului de curent respectiv. Mărimile care intervin în expresiile (3) și (4) au următoarele semnificații : $L_\mu = N_2^2/R_m$ reprezintă inductivitatea de magnetizare a transformatorului de curent, definită ca raportul dintre pătratul numărului de spire N_2 ale înfășurării secundare și reluctanța R_m a circuitului magnetic al transformatorului respectiv, L_{d2} — inductivitatea de dispersie a înfășurării secundare, L_s — inductivitatea proprie a sarcinii, R_2 — rezistența înfășurării secundare iar R_s — rezistența sarcinii.



Eig. 1

Pentru a determina ecuația diferențială a transformatorului de curent liniar, compensat electronic, se pleacă de la schema de principiu corespunzătoare procedeului electronic de compensare a erorilor transformatorului de curent [4], prezentată în fig. 1. Aplicînd circuitului secundar al transformatorului *TI*, compensat electronic, teorema de tensiuni a lui Kirchhoff, se obține ecuația :

$$e_{2\alpha} + e_{d2\alpha} + e_{s\alpha} + u_\alpha = (R_2 + R_s) i_{2\alpha}, \tag{5}$$

în care :

$$e_{2\alpha} = -N_2 \frac{d\Phi_\alpha}{dt} = -N_2 \frac{d}{dt}\left(\frac{N_1 i_{0\alpha}}{R_m}\right) = -\frac{N_1 N_2}{R_m} \cdot \frac{di_{0\alpha}}{dt} \tag{6}$$

reprezintă t. e. m. indusă în înfășurarea secundară N_2 de fluxul util $\Phi_\alpha = N_1 i_{0\alpha}/R_m$, unde $i_{0\alpha}$ este curentul de magnetizare al transformatorului de curent, compensat electronic, iar $R_m = l/\mu s$ — reluctanța circuitului magnetic al acestui transformator ;

$$e_{d2\alpha} = -L_{d2} \frac{di_{2\alpha}}{dt} \tag{7}$$

— t. e. m. indusă de fluxul de dispersie al înfășurării secundare, $i_{2\alpha}$ fiind curentul din circuitul secundar al transformatorului de curent, compensat electronic ;

$$e_{s\alpha} = -L_s \frac{di_{2\alpha}}{dt} \tag{8}$$

— t. e. m. corespunzătoare inductivității proprii L_s a sarcinii Z_s ;

$$u_\alpha = Ae_{i\alpha} = A\frac{N_3}{N_2}e_{2\alpha} \tag{9}$$

— tensiunea suplimentară introdusă în secundarul transformatorului în scopul compensării electronice a erorilor acestuia, $e_{i\alpha} = (N_3/N_2)\,e_{2\alpha}$ fiind t. e. m. indusă în înfășurarea de indicator N_3, după cuplarea dispozitivului electronic de compensare, iar A —amplificarea în tensiune a amplificatorului electronic utilizat.

Înlocuind în ecuația (5) t. e. m. prin valorile lor (6) ... (9), aceasta devine :

$$-\frac{N_1N_2}{R_m}\left(1 + A\frac{N_3}{N_2}\right)\frac{\mathrm{d}i_{0\alpha}}{\mathrm{d}t} = (L_{d2} + L_s)\frac{\mathrm{d}i_{2\alpha}}{\mathrm{d}t} + (R_2 + R_s)i_{2\alpha}. \tag{10}$$

Din ecuația de solenații a transformatorului de curent, compensat electronic,

$$N_1i_1 + N_2i_{2\alpha} + N_3i_3 = N_1i_{0\alpha}, \tag{11}$$

se obține :

$$i_{2\alpha} \approx \frac{N_1}{N_2}(i_{0\alpha} - i_1), \tag{12}$$

deoarece curentul i_3 din înfășurarea de indicator N_3 se poate neglija, întrucît impedanța de intrare a amplificatorului electronic utilizat este de ordinul megohmilor [5].

Înlocuind (12) în (10), rezultă :

$$\frac{N_1}{N_2}\left[\frac{N_2^2}{R_m}\left(1 + A\frac{N_3}{N_2}\right) + L_{d2} + L_s\right]\frac{\mathrm{d}i_{0\alpha}}{\mathrm{d}t} + \frac{N_1}{N_2}(R_2 + R_s)i_{0\alpha} = \\ = \frac{N_1}{N_2}(L_{d2} + L_s)\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{N_1}{N_2}(R_2 + R_s)i_1. \tag{13}$$

Ținînd cont de faptul că raportul N_2^2/R_m reprezintă tocmai inductivitatea de magnetizare L_μ a transformatorului de curent TI, necompensat, în urma efectuării unor operații simple, ecuația (13) se poate scrie sub forma :

$$\frac{\mathrm{d}i_{0\alpha}}{\mathrm{d}t} + \frac{R_2 + R_s}{(1+AN_3/N_2)L_\mu + L_{d2} + L_s}i_{0\alpha} = \frac{L_{d2} + L_s}{(1+AN_3/N_2)L_\mu + L_{d2} + L_s}\cdot\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \\ + \frac{R_2 + R_s}{(1 + AN_3/N_2)\,L_\mu + L_{d2} + L_s}i_1. \tag{14}$$

Se constată ușor că, în această ecuație,

$$L_{\mu\alpha} = (1 + AN_3/N_2)\,L_\mu \tag{15}$$

reprezintă tocmai inductivitatea de magnetizare a transformatorului de curent *TI*, compensat electronic. Dacă se introduc notațiile:

$$T_{2\alpha} = \frac{(1 + AN_3/N_2)\,L_\mu + L_{\sigma 2} + L_s}{R_2 + R_s} = \frac{L_{\mu\alpha} + L_{\sigma 2} + L_s}{R_2 + R_s}, \tag{16}$$

pentru constanta de timp a circuitului secundar al transformatorului de curent, compensat electronic, și:

$$k_{L\alpha} = \frac{L_{\sigma 2} + L_s}{(1 + AN_3/N_2)\,L_\mu + L_{\sigma 2} + L_s} = \frac{L_{\sigma 2} + L_s}{L_{\mu\alpha} + L_{\sigma 2} + L_s}, \tag{17}$$

pentru raportul inductivităților proprii ale acestui transformator, ecuația (14) devine:

$$\frac{di_{0\alpha}}{dt} + \frac{i_{0\alpha}}{T_{2\alpha}} = k_{L\alpha}\frac{di_1}{dt} + \frac{i_1}{T_{2\alpha}}. \tag{18}$$

Rezultă că ecuația diferențială (18) a transformatorului de curent, compensat electronic, este de aceeași formă cu ecuația diferențială (2) a transformatorului de curent, necompensat, cele două ecuații deosebindu-se doar prin valorile coeficienților T_2 și k_L. Într-adevăr, prin compararea expresiilor (3) cu (16) și (4) cu (17) se constată imediat că introducerea — în schema electrică a transformatorului de curent *TI* — a unui dispozitiv de compensare electronică a erorilor (în speță, amplificatorul *A*), are următoarele efecte asupra parametrilor mai importanți care caracterizează procesul tranzitoriu al acestui transformator:

1° Constanta de timp a circuitului secundar al transformatorului crește foarte mult; se observă că, în ipoteza $L_{\sigma 2} + L_s \ll L_\mu, L_{\mu\alpha}$, se poate scrie:

$$T_{2\alpha} \approx \frac{(1 + AN_3/N_2)\,L_\mu}{R_2 + R_s} = (1 + AN_3/N_2)T_2. \tag{19}$$

2° Raportul inductivităților proprii ale transformatorului respectiv se micșorează; în ipoteza enunțată la punctul 1°, rezultă:

$$k_{L\alpha} \approx \frac{k_L}{1 + AN_3/N_2}. \tag{20}$$

Aceste efecte sînt, evident, consecințe ale modificării (datorită conectării dispozitivului electronic de compensare) inductivității de magnetizare a transformatorului de curent de la valoarea L_μ (fără amplificatorul electronic *A*) la valoarea $L_{\mu\alpha}$ (cu amplificatorul electronic conectat în schema transformatorului *TI*).

Pentru a evalua efectul cantitativ al introducerii dispozitivului electronic de compensare asupra erorilor de măsurare ale unui transformator de curent, utilizat la măsurarea (sau la sesizarea — în cazul aparaturii de protecție) unor curenți tranzitorii de scurtcircuit, este necesară soluționarea ecuațiilor diferențiale (2) și (18). Întrucît cele două ecuații au forme iden-

tice, diferind doar prin valorile coeficienților, și deoarece ecuația (2) a fost soluționată de alți autori [1], [2], care au efectuat cercetări referitoare la regimul tranzitoriu de scurtcircuit al transformatoarelor de curent, necompensate, mai jos se prezintă direct soluțiile celor două ecuații, respectiv:

a) soluția ecuației (2):

$$i_0 = I_{1m}\left[\frac{T_1 - k_L T_2}{T_1 - T_2}(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2}) - \frac{1}{T_2\omega}\sin\omega t + k_L(e^{-t/T_2} - \cos\omega t)\right]; \tag{21}$$

b) soluția ecuației (18):

$$i_{0\alpha} = I_{1m}\left[\frac{T_1 - k_{L\alpha} T_{2\alpha}}{T_1 - T_{2\alpha}}(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_{2\alpha}}) - \frac{1}{T_{2\alpha}\omega}\sin\omega t + k_{L\alpha}(e^{-t/T_{2\alpha}} - \cos\omega t)\right], \tag{22}$$

sau ținînd cont de relațiile (19) și (20):

$$i_{0\alpha} = I_{1m}\left[\frac{T_1 - k_L T_2}{T_1 - T_2(1 + AN_3/N_2)}(e^{-t/T_1} - e^{-t/T_2(1 + AN_3/N_2)}) - \frac{1}{T_2(1+AN_3/N_2)\omega}\sin\omega t + \frac{k_L}{1+A\,N_3/N_2}(e^{-t/T_2(1+AN_3/N_2)} - \cos\omega t)\right]. \tag{23}$$

Din compararea expresiilor (21) și (22) (sau (23)) ale curenților de magnetizare, în cele două situații, rezultă imediat că introducerea dispozitivului electronic are ca efect micșorarea puternică a componentei alternative (datorită creșterii constantei de timp a circuitului secundar și micșorării raportului inductivităților proprii ale transformatorului de curent) a curentului i_0, ceea ce atrage după sine diminuarea corespunzătoare a erorilor transformatorului de curent respectiv. Mai dificilă este aprecierea efectului dispozitivului electronic asupra componentei aperiodice a curentului de magnetizare i_0. În ipoteza că $T_{2\alpha} \gg T_1$, situație care se poate realiza practic prin alegerea unei amplificări A foarte mari, se observă că și această componentă scade.

În concluzie, se poate susține că transformatoarele de curent, compensate electronic, atît timp cît miezul lor nu se saturează (în practică acest fenomen se poate înlătura prin construirea unor transformatoare de curent liniarizate, cu întrefieruri [2]), pot fi utilizate cu succes și la măsurarea curenților tranzitorii de scurtcircuit, deoarece și în aceste regimuri rolul compensator al amplificatorului electronic, conectat ca în fig. 1 (sau după alte scheme [3]...[5]), se menține.

3. Concluzii

1. Se studiază pe cale teoretică regimul tranzitoriu de scurtcircuit al transformatorului de curent, liniar, compensat electronic, stabilindu-se în acest scop ecuația diferențială a acestui regim și soluția corespunzătoare.

2. Din compararea parametrilor de regim tranzitoriu ai transformatorului de curent, necompensat, cu cei obținuți pentru transformatorul de curent, compensat electronic, rezultă posibilitatea aplicării procedeului electronic de compensare a erorilor și la transformatoarele de curent destinate măsurării (sau sesizării) curenților de regim tranzitoriu, de scurtcircuit.

Primită la 6 mai 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de mașini electrice și electrotehnică generală

BIBLIOGRAFIE

1. Manolescu P., *Analiza liniară a funcționării transformatorului de curent în regim tranzitoriu de scurtcircuit.* Electrotehnica, **16**, *5*, 189—198 (1968).
2. Musy Cl., *Les transformateurs de courant linéarisés.* Assoc. des Ing. Électr. de Montefiore Aim, Belgique, **82**, *2*, 47—58 (1969).
3. Istvanfy Gy., Sluszkiewicz Th., *Fehlerverminderung bei Stromwandlern mit Hilfe einer „negativen Burde".* Periodica Polytechnica, Ungaria, **7**, *1*, 137—155 (1965).
4. Agafiței El., Crețu Adr., *Considerații asupra metodei electronice de compensare a erorilor transformatorului de curent.* Bul. Inst. polit. Iași, **XIX(XXIII)**, *3—4*, s. III, 87—95 (1973).
5. Crețu Adr., Agafiței El., *Cercetări referitoare la compensarea automată a erorilor transformatoarelor de curent prin utilizarea unui amplificator electronic de putere mică asociat cu un transformator auxiliar.* Bul. Inst. polit. Iași, **XX(XXIV)**, *3—4*, s. III, 59—67 (1974).

CONSIDÉRATIONS CONCERNANT LE FONCTIONNEMENT EN RÉGIME TRANSITOIRE DE COURT-CIRCUIT DU TRANSFORMATEUR LINÉAIRE DE COURANT, À COMPENSATION ÉLECTRONIQUE

(Résumé)

On présente les résultats d'une étude théorique du régime transitoire de court-circuit du transformateur linéaire de courant à compensation électronique des erreurs. L'étude relève la possibilité d'utiliser les transformateurs de courant à compensation électronique pour mesurer (ou dans le cas des protections contre le court-circuit — pour sésiser) les courants asymétriques de court-circuit.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.314

CONVERTOARE TENSIUNE — DURATĂ ȘI TENSIUNE — FRECVENȚĂ CU COMANDA DE TENSIUNE ȘI GAMĂ LARGĂ DE REGLARE

DE

LAURENȚIU TURIC, AL. VALACHI și ROMAN SIREȚCHI

1. În ansamblul convertoarelor analog — numerice, un rol important îl joacă și convertoarele tensiune — timp și tensiune — frecvență, cu aplicații în echipamentele electronice pentru control industrial și aparatură electronică de laborator.

Transformarea mărimilor analogice în mărimi numerice, trecînd peste precizia acestora în analogic, creează avantaje în memorare, transmiterea și prelucrarea datelor care caracterizează sistemele măsurate. După transformarea datelor din analogic în numeric, se simplifică problemele legate de zgomote, viteză de prelucrare și precizie.

În cele ce urmează sînt descrise soluții relativ simple, cu componente discrete, pentru conversia tensiune — timp și tensiune — frecvență, soluții care pot fi justificate din considerente economice în etapa actuală de dezvoltare în țara noastră a circuitelor integrate liniare.

2. În echipamente industriale de reglare sau măsură se recurge în unele cazuri la transformarea mărimilor analogice în impulsuri de frecvență constantă și durată variabilă, care depinde de mărimea măsurată. Se are evident în vedere transformarea mărimilor neelectrice în semnale electrice

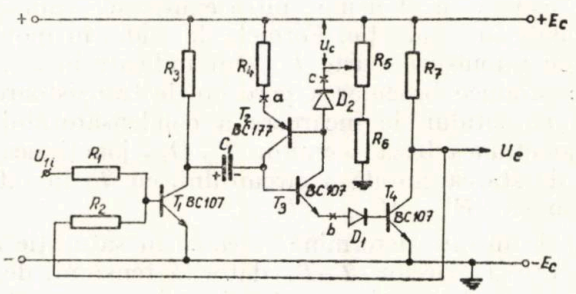


Fig. 1

cu care se controlează durata impulsurilor de frecvență constantă. În această transformare un parametru important îl constituie gama de reglare pentru un anumit domeniu de variație a tensiunii de intrare. În fig. 1 se

reprezintă schema unui circuit monostabil a cărui durată de revenire este controlată printr-o tensiune de intrare. În comparație cu soluțiile clasice se folosește în acest caz proprietatea de basculare a unei perechi de tranzistoare complementare, unul din acestea fiind controlat cu semnalul analogic de intrare.

În schemele obișnuite de circuite monostabile, durata de revenire se controlează prin constanta de timp a circuitului din baza tranzistorului aflat în conducție în starea stabilă. Creșterea duratei de revenire se poate realiza prin creșterea capacității condensatorului și a rezistenței din baza tranzistorului în conducție în starea stabilă, cu condiția însă ca rezistența din baza tranzistorului menționat mai sus să fie suficient de redusă pentru a permite intrarea în saturație, ceea ce limitează evident domeniul de variație a duratei de revenire (timpi mari), în ipoteza că aceasta se controlează prin intermediul unui potențiometru.

3. Circuitul monostabil cu durata de revenire controlată în tensiuna din fig. 1, asigură în primul rînd eliminarea dezavantajului menționat mei sus, la durate mari de revenire, deoarece durata de revenire este controlată prin curentul lui T_2. În starea stabilă (T_4 în conducție) perechea T_2 - T_3, echivalentă unui tiristor, este basculată în conducție și în această situație curentul de bază a tranzistorului T_4 este determinat numai de R_4 și căderea de tensiune între punctele a-b, adică tensiunea relativ mică (circa 2 V) dintre emitoarele tranzistoarelor T_2-T_3. Datorită controlului curentului prin T_2, care determină durata de revenire, se obține un efect echivalent unei rezistențe foarte mari în baza tranzistorului circuitului monostabil (T_4), însă starea de saturație a acestui tranzistor este determinată numai de R_4 și căderea de tensiune între emitoarele tranzistoarelor T_2-T_3 cu acestea basculate în conducție. Formele de undă, în ipoteza că circuitul este comandat cu impulsuri scurte U_i, sînt indicate în fig. 2. La punerea sub tensiune se produce bascularea perechii de tranzistoare T_2-T_3 în conducție, datorită curentului de încărcare a condensatorului C_1 în circuitul $+E_C$, R_3, C_1, joncțiunea bază — emitor T_3, D_1, joncțiunea bază — emitor T_4. Este vorba de starea stabilă a circuitului, cu T_4 în saturație și cu C_1 încărcat la tensiunea $|E_c - 2U_{BE} - U_{D1}|$.

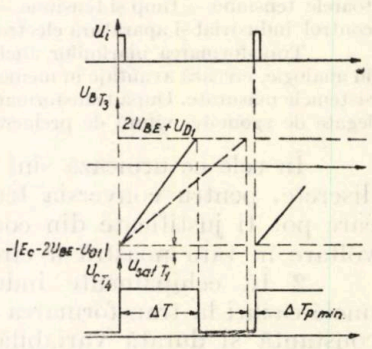


Fig. 2

Un impuls de intrare determină trecerea în saturație a tranzistorului T_1 și blocarea tranzistoarelor T_3-T_4 datorită tensiunii de la bornele condensatorului C_1. Saltul pozitiv de tensiune la colectorul lui T_4 asigură menținerea în continuare în saturație a tranzistorului T_1 prin R_2. Condensatorul C_1 tinde să se încarce cu polaritate inversă la curent constant prin tranzistorul sursă de curent T_2, controlat cu tensiunea de comandă U_c. Această stare durează pînă cînd tensiunea la baza lui T_3 devine practic egală cu $2U_{be} + U_{D1}$, cînd se produce din nou bascularea ansamblului

T_2-T_3 și trecerea în saturație a lui T_4, deci revenirea în stare stabilă. Observînd că variația totală de tensiune la bornele condensatorului C_1 este $\Delta U = E_C - U_{sat}\,T_1$, rezultă că durata impulsului de ieșire este:

$$\Delta T = \frac{C\Delta U}{I}. \tag{1}$$

Deoarece curentul prin tranzistorul sursă de curent T_2 poate fi micșorat foarte mult, practic pînă la I_{CB_0}, se pot obține valori foarte mari pentru raportul dintre durata maximă și minimă a impulsului de ieșire, mai mari decît 10 000:

$$\frac{\Delta T_{max}}{\Delta T_{min}} = \frac{I_{max}}{I_{CB0}}. \tag{2}$$

4. În funcționarea sistemului descris mai sus există o serie de limitări determinate de variația parametrilor tranzistoarelor cu temperatura, în special la valori mici ale curentului sursei de curent T_2, de timpul finit de încărcare rapidă a condensatorului C_1 prin R_3, ceea ce limitează durata minimă a pauzei, ΔT_{pmin}, și curentul maxim admis de încărcarea condensatorului C_1 prin joncțiunile bază — emitor ale tranzistoarelor T_3, T_4. Pentru un domeniu dat de variație a tensiunii de comandă U_c curentul maxim al sursei de curent T_2 poate fi mărit prin micșorarea lui R_4. Dacă curentul de bază al tranzistorului T_4 și starea acestuia de saturație rezultă prea mare, din cauza micșorării lui R_4, atunci se poate șunta baza acestuia printr-un rezistor de valoare adecvată. În legătură cu alegerea tranzistorului T_2 se observă că tensiunea de catalog a acestuia, U_{CE0}, trebuie să fie mai mare ca $2E_c$, tensiune care se pune în evidență la trecerea în saturație a tranzistorului T_1.

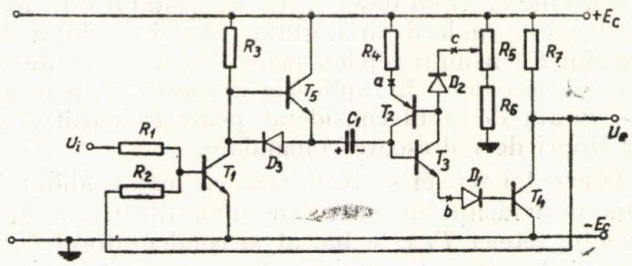


Fig. 3

Valoarea maximă a tensiunii U_c este limitată de suma tensiunilor reziduale pe perechea T_2-T_3 basculată în conducție, tensiunile U_{BE} ale tranzistoarelor T_3, T_4 în saturație și tensiunea de deschidere a diodei D_1. Dacă, de exemplu, tensiunea la borna C ar deveni mai mică decît tensiunea bazei tranzistorului T_2 atunci dioda D_2 se deschide și se încarcă sursa de comandă. De aici rezultă și rolul diodei D_2 care în domeniul normal de variație a tensiunii U_c separă sursa de comandă de baza lui T_2 și colectorul lui T_3 cînd circuitul monostabil se află în stare stabilă.

Durata minimă a pauzei, $\Delta T_{p\min}$ (fig. 2), se poate reduce dacă se micșorează constanta de timp a circuitului de încărcare a condensatorului C_1 recurgîndu-se la un repetor pe emitor, T_5 (fig. 3). În același timp se ameliorează și forma impulsului la colectorul lui T_1. Dioda D_3 separă condensatorul C_1 de colectorul lui T_1 în timpul încărcării prin T_5. Dioda D_1 protejează joncțiunile bază — emitor ale tranzistoarelor T_3, T_4 atunci cînd sînt polarizate invers (la trecerea în saturație a tranzistorului T_1) și reduce curentul rezidual al acelorași joncțiuni.

5. Convertorul tensiune — durată descris mai sus a fost utilizat într-un sistem de comandă a unui invertor MID cu modulație unilaterală cu semnal sinusoidal și la comanda unui generator de impulsuri de putere de joasă frecvență utilizat în scopuri de protecție ca în fig. 4. Divizarea frec-

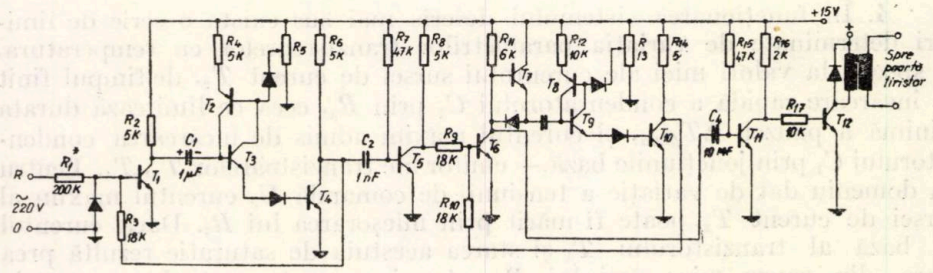


Fig. 4

venței rețelei, în particular reglarea cvasicontinuă a frecvenței de ieșire a generatorului, se realizează prin divizarea frecvenței cu un monostabil cu comanda de tensiune de tipul descris. Alt monostabil este folosit pentru controlul momentului aprinderii tiristorului, ales în soluția din fig. 4 la trecerea prin maxim a tensiunii rețelei, pentru a avea gradientul de potențial maxim, condiție cerută în aplicația respectivă. În general convertorul tensiune — durată de tipul considerat poate fi folosit și pentru controlul diverselor tipuri de redresoare comandate.

Divizarea frecvenței rețelei se realizează cu monostabilul T_6, T_7, T_8, T_9, T_{10} și se pune în evidență cu formele de undă din fig. 5. În alternanța negativă a frecvenței rețelei T_1 este blocat și condensatorul C_1 încărcat ca în figură. La începutul alternanței pozitive, la un anumit nivel al tensiunii, trece în conducție T_1 și monostabilul T_1, T_2, T_3, T_4 basculează în starea T_4 blocat, durata căreia este controlată cu potențiometrul R_5, După un interval de timp determinat, T_4 revine în starea de saturație, rămînînd însă și T_1 în saturație pînă la sfîrșitul alternanței pozitive. Cînd T_4 revine în saturație, la colectorul lui T_5 se obține un impuls pozitiv care trece al doilea circuit monostabil în starea T_{10} blocat. Elementul timp realizat cu T_{11}, datorită trecerii în saturație a tranzistorului T_6, generează un impuls de durată convenabilă pentru comanda la poarta tranzistorului prin etajul T_{12}.

În fig. 5 se mai pune în evidență și o rezervă ΔT cu care se poate schimba nedorit durata de revenire a celui de-al doilea monostabil, fără ca raportul de divizare să fie alterat, în ipoteza că întîrzierea la aprindere ΔT_a variază în gama $0 \ldots \frac{1}{2} T$ și în condiția alegerii convenabile a duratei de revenire, în condiții normale, prin R_{13}.

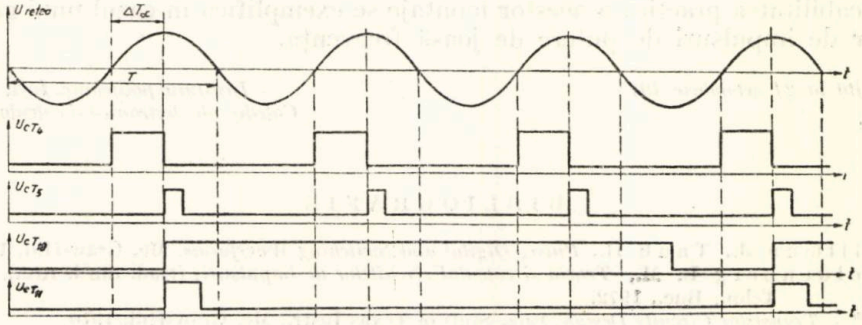


Fig. 5

6. Convertorul tensiune — frecvență are ca element principal de asemenea un monostabil cu comandă de tensiune. Tranzistorul T_1 se găsește, în mod obișnuit, în saturație, exceptînd scurte intervale de timp determinate de impulsurile pozitive obținute prin intermediul elementului de timp T_6 și negate prin T_7, în care se asigură încărcarea condesatorului C_1 cu polaritatea din figură. Intervalul de timp între două impulsuri consecutive, la colectorul lui T_6, deci frecvența de ieșire, se controlează prin intermediul sursei de curent

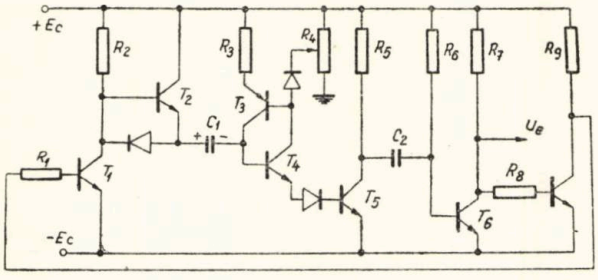


Fig. 6

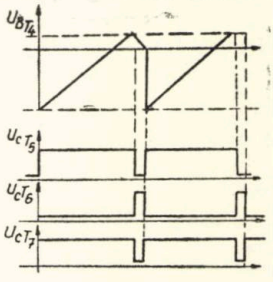


Fig. 7

T_3, așa cum rezultă și din formele de undă din fig. 7. Convertorul tensiune-frecvență descris a fost folosit pentru controlul frecvenței de ieșire a unui invertor MID, practic în gama 0 ... 120 Hz. Invarianța parametrilor ambelor tipuri de convertoare descrise, la variația condițiilor de mediu, poate fi ameliorată prin soluții alese uzual pentru compensarea variațiilor parametrilor tranzistoarelor și a valorilor celorlalte componente cu temperatura. De exemplu, tensiunea la care se încarcă condensatorul C_1, în intervale scurte de conducție ale lui T_1 și T_2, poate fi stabilizată prin fixarea cu diode Zener cu compensație a potențialului de colector al lui T_1 în stare blocată.

Concluzii

Se propun soluții relativ simple, cu componente discrete, pentru convertoarele tensiune — durată și tensiune — frecvență cu gamă mare de reglare. În esență, la baza acestor convertoare se află un monostabil cu perioada de revenire controlată prin tensiune. Deoarece curentul sursei de curent poate varia practic de la zero la o valoare finită, se obține o gamă largă de reglare. Aplicabilitatea practică a acestor montaje se exemplifică în cazul unui generator de impulsuri de putere de joasă frecvență.

Primită la 24 octombrie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de electronică și calculatoare

BIBLIOGRAFIE

1. Millman J., Taub H., *Pulse, Digital and Switching Waveforms*. Mc. Graw-Hill, 1965.
2. Goldenberg L. M., *Teoria și calculul circuitelor de impulsuri*, (trad. din l. rusă). Ed. Tehn., Buc., 1972.
3. * * * *Transistor Circuits Design*. Eng. Staff of Texas Instr., Mc. Graw-Hill, 1970.

CONVERTISSEURS TENSION — DURÉE ET TENSION — FRÉQUENCE COMMANDÉS PAR TENSION ET À LARGE GAMME DE RÉGLAGE

(Résumé)

On propose des solutions relativement simples, à composantes discrètes, pour les convertisseurs tension — durée et tension — fréquence à large gamme de réglage. En principe ces convertisseurs contiennent un circuit monostable à grande période de retour, controlée par tension, en obtenant une large gamme de réglage.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

D. K. 621.313.325

STUDIUM DER MIT SINUSSPANNUNG GESPEISTEN EINPHASEN-RELUKTANZMASCHINE MIT GETEILTER WICKLUNG UND GLEICHRICHTER IN DER ZUSATZWICKLUNG *)

VON

AL. SIMION

1. Vorwort

In der Arbeit [1] wurde das Funktionieren der Einphasen-Reluktanzmaschine mit geteilter Wicklung und Gleichrichter in der Zusatzwicklung untersucht, in der Annahme, daß die Maschine mit Sinusstrom gespeist wird. In der vorliegenden Arbeit wird derselbe Maschinentyp unter reellen Bedingungen untersucht, wobei die Speisespannung als sinusoidal angenommen wird. Es werden dieselben Bezeichnungen verwendet, sowie auch dieselbe Ersatzschaltung wie in der Arbeit [1].

2. Die Gleichungen der Maschine

Die Speisespannung der Maschine wird von folgender Form angenommen:

$$u_1 = U_{1m} \sin(\omega t + \varphi) = U_s \sin \omega t + U_c \cos \omega t, \tag{1}$$

mit:

$$U_{1m} = \sqrt{U_s^2 + U_c^2} \quad \text{und} \quad \varphi = \operatorname{arctg}(U_c/U_s). \tag{2}$$

In der Ersatzschaltung aus Abb. 2, [1], werden die Kirchhoffschen Lehrsätze angewandt und man erhält:

$$\begin{cases} i_m = i_1 + i_2'', \\ u_1 = r_1 i_1 + L_{s1} \dfrac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + r_m i_m + \dfrac{\mathrm{d}(L_m i_m)}{\mathrm{d}t}, \\ 0 = (r_2' + R') i_2'' + L_{s2}' \dfrac{\mathrm{d}i_2''}{\mathrm{d}t} + r_m i_m + \dfrac{\mathrm{d}(L_m i_m)}{\mathrm{d}t}. \end{cases} \tag{3}$$

*) Mitgeteilt an der XIII. wissenschaftlichen Tagung der Technischen Hochschule Cluj-Napoca, den 21.—23. Februar 1974.

Aus der ersten Gleichung wird i_2' erzielt und in die anderen zwei Gleichungen eingeführt. Werden die Widerstände r_1, r_m, r_2' nicht in Betracht gezogen, was oft vorkommt, da diese Widerstände viel kleiner sind als die Reaktanzen der Maschine, und werden dann einige Ersetzungs- und Ableitungsoperationen durchgeführt, dann wird das System (3):

$$(4)\quad \left(1+\frac{L_{s2}}{L_{s1}}\right)\frac{\mathrm{d}^2(L_m i_m)}{\mathrm{d}t^2}+L_{s2}\frac{\mathrm{d}^2 i_m}{\mathrm{d}t^2}+\frac{R}{L_{s1}}\cdot\frac{\mathrm{d}(L_m i_m)}{\mathrm{d}t}+R\frac{\mathrm{d}i_m}{\mathrm{d}t}=u_1\frac{R}{L_{s1}}+\frac{L_{s2}}{L_{s1}}\cdot\frac{\mathrm{d}u_1}{\mathrm{d}t}.$$

(Es wurde auf das Zeichen ' für die bezogenen Größen verzichtet; in der Folge wird diese Tatsache als bekannt vorausgesetzt).

Wird der allgemeinere Fall der Schwankung der Induktivität L_m von der Form:

$$(5)\quad L_m = L_0(1 + m\cos c\omega t)$$

angenommen, dann wird die Gleichung (4):

$$(6)\quad \begin{aligned}&(A_0+A_1\cos c\omega t)\frac{\mathrm{d}^2 i_m}{\mathrm{d}t^2}+(B_0+B_s\sin c\omega t+B_c\cos c\omega t)\frac{\mathrm{d}i_m}{\mathrm{d}t}+\\&+(C_s\sin c\omega t+C_c\cos c\omega t)i_m=E_s\sin\omega t+E_c\cos\omega t,\end{aligned}$$

wo:

$$(7)\quad \begin{cases} A_0=\dfrac{L_0L_{s1}+L_0L_{s2}+L_{s1}L_{s2}}{L_{s1}},\quad A_1=mL_0\left(1+\dfrac{L_{s2}}{L_{s1}}\right),\quad B_0=R\left(1+\dfrac{L_0}{L_{s1}}\right),\\ B_c=mR\dfrac{L_0}{L_{s1}},\quad B_s=-2\left(1+\dfrac{L_{s2}}{L_{s1}}\right)c\omega mL_0,\\ C_s=-mRc\omega\dfrac{L_0}{L_{s1}},\quad C_c=-\left(1+\dfrac{L_{s2}}{L_{s1}}\right)c^2\omega^2 mL_0,\\ E_s=\dfrac{R}{L_{s1}}U_s-\dfrac{\omega L_{s2}}{L_{s1}}U_c,\quad E_c=\dfrac{R}{L_{s1}}U_c+\dfrac{\omega L_{s2}}{L_{s1}}U_s. \end{cases}$$

Indem die Lösung der Gleichung (6) als periodisch betrachtet wird, kann bewiesen werden, daß ihr Spektrum den ganzen Bereich der Frequenzharmonischen $n\omega \pm c\omega$, $(n = 0, 1, 2 \ldots.)$, umfaßt. Das bedeutet, daß die Maschine verschiedene Geschwindigkeiten haben kann, je nach dem Wert von c. In der Fachliteratur wird das Vorhandensein dieser Betriebsweisen bewiesen [2], in der vorliegenden Arbeit werden wir uns darauf beschränken, nur die Betriebsweise bei Halbsynchrongeschwindigkeit in allen Einzelheiten zu untersuchen.

3. Der Lauf der Maschine bei Halbsynchrongeschwindigkeit

In diesem Falle haben wir $c = 1$. Man löst nun die Gleichung (6), wobei die Lösung von der Form des rechten Gliedes angenommen wird:

$$i_m = I_c \cos \omega t + I_s \sin \omega t, \tag{8}$$

wo I_c und I_s bestimmt werden müssen.

Der Ausdruck (8) wird in das linke Glied der Gleichung (7) eingeführt, und man erhält Frequenzterme: 0, ω und 2ω.

Die Gleichstromkomponente ist 0. Durch Identifizierung der Terme, welche $\sin \omega t$ und $\cos \omega t$ enthalten, aus den beiden Gliedern der Gleichung (7), entsteht das Gleichungssystem:

$$-A_0\omega^2 I_c + B_0\omega I_s = E_c, \quad -A_0\omega^2 I_s - B_0\omega I_c = E_s. \tag{9}$$

Die mit I_1 bezeichnete Amplitude des Stromes i_m ist folgende:

$$I_1 = \sqrt{I_c^2 + I_s^2} = \frac{E}{\omega\sqrt{\omega^2 A_0^2 + B_0^2}}, \tag{10}$$

mit $E = \sqrt{E_s^2 + E_c^2}$, während der Phasenwinkel folgende Form annimmt:

$$\beta = \operatorname{arctg} \frac{I_c}{I_s} = \operatorname{arctg} \frac{A_0\omega E_s + B_0 E_s}{A_0\omega B_s - B_0 E_c}. \tag{11}$$

Führt man die Ausdrücke (7) in (10) ein, erzielt man die Stromamplitude:

$$I_1 = \frac{U_{1m}}{\omega(L_{s1} + L_0)} \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L_{s2}^2}{R^2 + \omega^2[L_{s2} + L_{s1}L_0/(L_{s1} + L_0)]^2}}. \tag{12}$$

In der Folge wird die Abhängigkeit der Stromamplitude I_1 und des Phasenwinkels $\operatorname{tg} \beta$ von den Parametern der Maschine (R, L_s) untersucht, sowie auch von dem Phasenwinkel φ der Speisespannung.

Berechnet man die Ableitung des Ausdrucks (12) nach R^2, stellt man fest, daß $dI_1/d(R^2) > 0$ für jedwelchen Wert von $R^2 \in [0, \infty)$, der Ausdruck I_1 steigt demnach im Verhältnis zu R^2. Es werden die Werte dieses Stroms für $R = 0$ und $R \to \infty$ berechnet. Man erzielt:

$$I_{1(R=0)} = \frac{U_{1m}}{\omega(L_s + 2L_0)} = I_{10}, \quad I_{1(R\to\infty)} = \frac{U_{1m}}{\omega(L_s + L_0)} = I_{1\infty}, \tag{13}$$

wohin die in der Praxis oft akzeptierte Annäherung:

$$L_{s1} \approx L_{s2} = L_s \tag{14}$$

eingeführt wurde. Demnach wird die Schwankung des Stroms, $I_1(R^2)$, wie in Abb. 1 dargestellt.

Ebenfalls aus dem Ausdruck (12) kann auch die Schwankung des Stromes I_1 in Abhängigkeit von den Streuinduktivitäten ($L_{s1} \approx L_{s2} = L_s$) abgeleitet werden. Mit dieser Annäherung wird der Ausdruck (12):

$$I_1 = \frac{U_{1m}}{\omega(L_s + L_0)} \sqrt{\frac{R^2 + \omega^2 L_s^2}{R^2 + 2\omega^2 L_s^2}} = I_{1R}. \tag{15}$$

Aus diesem Ausdruck wird gefolgert, daß die Stromamplitude I_1 fällt, wenn die Streuinduktivitäten L_s steigen.

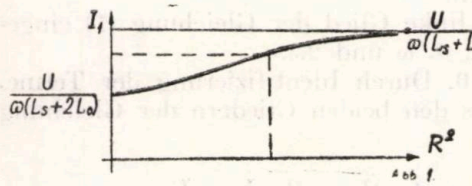


Abb. 1

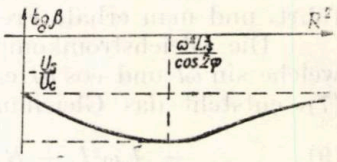


Abb. 2

Für das Studium der Phasenverschiebung des Stromes i_m wird der Ausdruck (11) in Betracht gezogen, wo die Beziehungen (7) ersetzt werden. Mit der Annäherung (14) wird der Ausdruck der Phasenverschiebung:

$$\operatorname{tg} \beta_R = -\frac{R^2(L_s + L_0)U_s + R\omega L_0 L_s U_c + \omega^2 L_s^2(2L_0 + L_s)U_s}{R^2(L_s + L_0)U_c - R\omega L_0 L_s U_s + \omega^2 L_s^2(2L_0 + L_s)U_c} \tag{16}$$

(der Index R zeigt die Tatsache an, daß von dem Wert des Ausdrucks tg β die Rede ist, bei einem Wert R des Sekundärwiderstands, bezogen auf die Primärwicklung).

In dem Ausdruck (16) wird noch die Annäherung $2L_0 + L_{s1} \approx 2L_0$ vorgenommen; endlich man erhält:

$$\operatorname{tg} \beta_R = -\frac{R^2 + [\omega L_0 L_s U_c/(L_0 + L_s)U_s]R + 2\omega^2 L_s^2}{R^2 - [\omega L_0 L_s U_s/(L_0 + L_s)U_c]R + 2\omega^2 L_s^2} \cdot \frac{U_s}{U_c}. \tag{17}$$

In Abb. 2 wird die Schwankung $\operatorname{tg} \beta_R = f(R)$ angegeben.

Man stellt fest, daß $|\operatorname{tg} \beta_R|$ einen Höchstwert für $R^2 = \omega^2 L_s^2/\cos 2\varphi$ aufweist. Ebenso:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \operatorname{tg} \beta_\infty = -\frac{U_s}{U_c} = -\operatorname{cotg} \varphi. \tag{18}$$

Demnach für $R = 0$ und $R = \infty$, $\operatorname{tg}(\beta - \varphi) = \infty$, also:

$$\beta = \frac{\pi}{2} + \varphi. \tag{19}$$

Der Kreis verhält sich wie ein rein induktiver Kreis.

Aus dem Ausdruck (17) kann die Phasenwinkelschwankung β in Abhängigkeit vom Winkel (innerer Winkel der Maschine genannt) abgeleitet werden. Diese Abhängigkeit wird in Abb. 3 dargestellt.

Man bemerkt, daß der Höchstwert des Ausdrucks $|\operatorname{tg}\beta|$, $|\operatorname{tg}\beta_1| = (\sqrt{2}+1)^2\,\omega L_s R/(R^2+2\omega^2 L_s^2)$ ist und dem Winkel φ entspricht, der von der Beziehung $\operatorname{tg}\varphi_1 = (\sqrt{2}-1)\,(R^2+2\omega^2L_s^2)/\omega L_s R$ bestimmt wird. Außerdem bemerkt man, daß $\operatorname{tg}\beta$ ins Unendliche tendiert, für einen Winkel φ, bestimmt durch $\operatorname{tg}\varphi_m = (R^2+2\omega^2L_s^2)/\omega L_s R$.

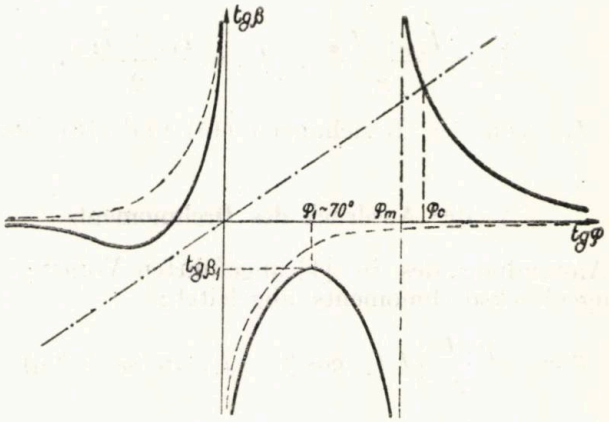


Abb. 3

Aus dieser Abbildung geht hervor, daß für $\varphi \in (0, \varphi_1]$ die Schwankung $\operatorname{tg}\beta = f(\operatorname{tg}\varphi)$ sich der Hyperbel $\operatorname{tg}\beta = -1/\operatorname{tg}\varphi$ nähert, welche durch die gepunktete Kurve dargestellt wird, wobei der Winkel β in diesem Fall von der Beziehung (19) gekennzeichnet ist.

Es wird noch abgeleitet, daß der Kleinstwert des Winkels φ_m, $\varphi_{m\min} = \operatorname{arctg} 2\sqrt{2} \approx 70°$ ist. In Abb. 3 wurde auch die Gerade $\operatorname{tg}\varphi = \operatorname{tg}\beta$ gestrichelt aufgezeichnet. Für $\varphi \in (\varphi_m, \varphi_c)$ wird abgeleitet, daß $\operatorname{tg}\beta - \operatorname{tg}\varphi > 0$ oder $\beta > \varphi$.

Aus der Beziehung (17) kann auch die Schwankung des Phasenwinkels β in Abhängigkeit von L_s^2 abgeleitet werden. Diese Schwankung ist der in Abb. 2 dargestellten ähnlich.

Der die Nutzinduktivität L_m der Maschine durchfließende Strom i_m wird demnach für die beiden Halbperioden, für diejenige, bei der die Diode vom Strom durchflossen wird, wobei der Widerstand der Sekundärwicklung R ist, und für diejenige, bei der die Diode vom Strom nicht durchflossen wird, der Wicklungswiderstand ist also ∞, durch die Ausdrücke:

$$i_m = \begin{cases} I_{1R}\sin(\omega t + \beta_R) \text{ für } 0 < \omega t + \beta_R < \pi, \\ I_{1\infty}\sin(\omega t + \beta_\infty) \text{ für } \pi < \omega t + \beta_R < 2\pi, \end{cases} \tag{20}$$

bestimmt.

Der Strom i_m wird als periodisch angenommen; man berechnet die Koeffizienten der entsprechenden Fourierschen Reihe und erhält:

$$(21) \qquad i_m = \frac{1}{\pi}[I_{1R} - I_{1\infty}\cos(\beta_\infty - \beta_R)] + \frac{I_{1R}}{2}\sin(\omega t + \beta_R) + \frac{I_{1\infty}}{2}\sin(\omega t + \beta_\infty).$$

Mit der Annäherung $\beta_R \approx \beta_\infty$ wird der Ausdruck des Stromes i_m folgender:

$$(22) \qquad i_m = I_0 + I_{am}\sin(\omega t + \beta_R),$$

wo:

$$(23) \qquad I_0 = \frac{I_{1R} - I_{1\infty}}{\pi}, \quad I_{am} = \frac{I_{1R} + I_{1\infty}}{2},$$

während I_{1R}, $I_{1\infty}$ von den Beziehungen (15) und (13) bestimmt werden.

4. Der Ausdruck des Drehmoments

Durch Anwendung des in [1] angeführten Vorgangs wird der Ausdruck des Augenblicksdrehmoments abgeleitet:

$$(24) \qquad \begin{aligned} \mathcal{M} = -\frac{pmL_0}{2}\Big[& I_0 I_{am}\cos\beta_R + I_{a1}^2\sin(\omega t + \beta_{R1}) - \\ & - I_0 I_{am}\cos(2\omega t + \beta_R) - \frac{1}{2}I_{am}^2\sin(3\omega t + 2\beta_R)\Big], \end{aligned}$$

wo:

$$(25) \qquad \begin{cases} \operatorname{tg}\beta_{R1} = \dfrac{I_{am}^2\sin 2\beta_R}{4I_0^2 + 2I_{am}^2 + I_{am}^2\cos 2\beta_R}, \\ I_{a1}^2 = \sqrt{\left[I_0^2 + I_{am}^2\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{4}\cos\beta_R\right)\right]^2 + \frac{1}{16}I_{am}^4\sin^2 2\beta_R}. \end{cases}$$

Durch Integration des Ausdrucks (24) kann das Mitteldrehmoment abgeleitet werden:

$$(26) \qquad M_{\text{med}} = -\frac{pmL_0}{\sqrt{2}}I_0 I_a\cos\beta_R,$$

wo $I_a = I_{am}/\sqrt{2}$ der Effektivwert der Wechselkomponente des Stromes i_m ist. Führt man die Ausdrücke (23) in (26) ein, erhält man das Mitteldrehmoment:

$$(27) \qquad M_{\text{med}} = \frac{pmL_0}{2\sqrt{2}\pi}(I_{1\infty}^2 - I_{1R}^2)\cos\beta_R.$$

Um das Mitteldrehmoment in Abhängigkeit von den Parametern der Maschine auszudrücken, wendet man die Beziehungen (13), (15) und (17) an. Demnach:

$$(28) \qquad |M_{\text{med}}| = \frac{pmL_0}{2\sqrt{2}\pi}\cdot\frac{U_{1m}^2 L_s^2}{(L_s + L_0)^2(R^2 + 2\omega^2 L_s^2)}\cdot\frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2\beta_R}}.$$

Die Klammer aus dem Ausdruck (27) ist umgekehrt proportional zum Widerstand R und zur Induktivität L_s. Kennt man die Abhängigkeit des Stromes $I_{1R} = f(R^2)$, dargestellt in Abb. 1, sowie auch die in Abb. 2 dargestellte Abhängigkeit $\operatorname{tg} \beta_R = f(R)$, kann man die Abhängigkeit $|M_{\text{med}}| = f(R)$ erhalten, entweder nach der Beziehung (28) oder bildlich. Man stellt fest, daß im Bereich der kleinen Widerstände R das Drehmoment Höchstwert besitzt.

5. Schlußfolgerungen

Aus den dargestellten Tatsachen ergeben sich die folgenden Schlußfolgerungen:

1° Die Einphasen-Reluktanzmaschine mit geteilter Ständerwicklung und einer an eine Diode angeschlossene Sekundärwicklung, während die Primärwicklung mit Sinusspannung gespeist wird, erfüllt die Bedingungen eines elektromechanischen Konverters bei einer Geschwindigkeit, die Hälfte der Synchrongeschwindigkeit beträgt.

2° Das sich bei dieser Geschwindigkeit entwickelnde Mitteldrehmoment ist verhältnisgleich zur Differenz zwischen dem Quadrat des Stromes, der vom Netz in der Halbperiode, wo Strom durch die Diode fließt, aufgenommen wird, und dem Quadrat des Stromes, der vom Netz in der Halbperiode, wo kein Strom durch die Diode fließt, aufgenommen wird. Diese Differenz hängt von den Parametern der Maschine L_s, L_0, R, ab. So ist das Drehmoment umgekehrt proportional sowohl zu dem mit der Diode in Reihenschaltung verbundenen Widerstand R in der Sekundärwicklung, als auch zu den Streuinduktivitäten der Maschine.

3° Die Maschine kann sowohl als Motor, als auch als Generator funktionieren, bei Halbsynchrongeschwindigkeit, je nachdem $M_{\text{med}} > 0$ oder $M_{\text{med}} < 0$.

Die Maschine kann als Motor für innere Winkel $\varphi_m < \operatorname{arctg} [(R^2 + 2\omega^2 L_s^2)/\omega L_s R]$ funktionieren, wobei der Kleinstwert dieses Winkels $\varphi_{m\min} \approx 70°$ beträgt.

4° Die Maschine weist keine Winkelcharakteristik, $M = f(\varphi)$ auf, die der einer gewöhnlichen Synchronmaschine gleigh wäre. Diese Abhängigkeit ist komplexer, so wie es aus der Beziehung (28) ersichtlich ist, da die Parameter der Maschine und die Wellenlast eingreifen.

5° Für $R \approx 0$ ist der Winkel φ_m gleich $\pi/2$, für $L_s = 0$ ebenfalls. Unter diesen Bedingungen funktioniert die Maschine fast wie eine in Gleichstrom erregte Synchronmaschine. Für Werte des Winkels φ, die zwischen 0 und φ_m liegen, ist die Differenz zwischen den Winkeln φ und β nicht mehr $\pi/2$, sondern ein Winkel größer als $\pi/2$, wobei diese Differenz desto größer ist, je mehr sich die Kurve $\operatorname{tg} \beta = f(\operatorname{tg} \varphi)$ aus Abb. 3 von der in dieser Abbildung mit gestrichelter Linie gezeichneten Hyperbel $\operatorname{tg} \varphi \operatorname{tg} \beta = -1$ entfernt.

Eingegangen am 25. Januar 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Allgemeine
Elektrotechnik und Elektrische Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Simion Al., *Beiträge zum Studium der mit Sinusstrom gespeisten Einphasen-Reluktanzmaschine mit geteilter Wicklung und Gleichrichter in der Zusatzwicklung.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI(XXV), *1—2*, s. III, 65—72 (1975).
2. Marinescu M., Postelnicu P., *Despre diferite regimuri sincrone la motoare electrice monocircuite.* Bul. șt. al Acad. R.P.R., Seria Geol., Geogr., Biol., Șt. tehn. și agr., II, *4*, 217—230 (1950).
3. Simion Al., *Motor electric reactiv.* Brevet de invenție, Dosar O.S.I.M. nr. 73 302, 25 dec. 1972.

CU PRIVIRE LA STUDIUL MAȘINII REACTIVE MONOFAZATE CU ÎNFĂȘURARE DIVIZATĂ ȘI REDRESOR ÎN ÎNFĂȘURAREA SUPLIMENTARĂ, FUNCȚIONÎND LA TENSIUNE SINUSOIDALĂ

(Rezumat)

Se studiază comportarea acestui tip de mașină la o viteză egală cu jumătate din viteza sincronă.

Curentul care parcurge înfășurarea corespunzătoare inductivității utile a mașinii, în alternanța în care redresorul conduce, este dat de o ecuație diferențială de ordinul al doilea neomogenă, cu toți coeficienții variabili, ecuație ce se integrează prin metoda bilanțului armonic.

Se obține expresia cuplului electromagnetic, analizîndu-se dependența acestuia de parametrii mașinii.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 1—2, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.3.011.3 ; 621.3.045

CALCULUL INDUCTANȚELOR ÎNFĂȘURĂRILOR PLANE ÎNTR-UN STRAT

DE

GH. LIVINȚ și LORIN CANTEMIR

1. În cazul motoarelor liniare de inducție lungimea finită a circuitului magnetic pe care este dispusă înfășurarea inductoare determină inegalitatea inductanțelor fazelor înfășurării și implicit apariția nesimetriilor. Problema calculului inductanțelor înfășurărilor motoarelor electrice liniare, denumite și înfășurări plane, a fost abordată în literatură [1] ... [3].

În [1] se analizează prin metoda pas cu pas repartiția fluxului în dinții circuitului magnetic, fără a se determina efectiv inductanțele.

În [2] se stabilește o metodă de calcul a inductanțelor înfășurărilor plane în două straturi, fără însă să se generalizeze rezultatele.

În cele ce urmează se propun relații generale de calcul pentru inductanțele proprii și mutuale ale înfășurărilor plane de curent alternativ într-un singur strat.

2. Pentru a expune principiul metodei se consideră o înfășurare bifazată plană într-un strat, cu următorii parametri: $2p = 6$ (numărul de poli), $m = 2$ (numărul de faze), $q = 1$ (numărul de crestături pe pol și fază), $z = 2\,pmq + 1 = 13$ (numărul de dinți).

În fig. 1 este reprezentată schema înfășurării precum și, prin semne distincte, fluxul magnetic produs de fiecare bobină, flux ce parcurge atît dinții înlănțuiți de bobină cît și cei neînlănțuiți.

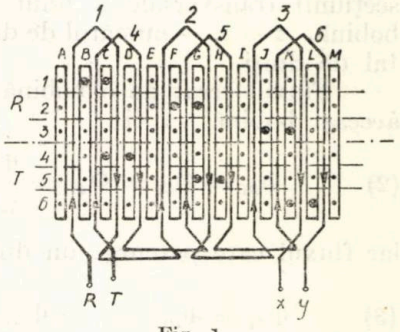


Fig. 1

S-au folosit următoarele simboluri: • — pentru fluxul care parcurge un dinte înlănțuit de bobină, cu liniile de cîmp ce ies din dinte, · — pentru fluxul ce parcurge un dinte neînlănțuit de bobină, cu liniile de cîmp ce intră în dinte.

Fluxul creat de fiecare bobină care parcurge dinții înlănțuiți de aceasta se regăsește în toți ceilalți dinți neînlănțuiți. De exemplu, pentru bobina *1* a fazei *R* fluxul fiind reprezentat prin semnele de pe linia *1*, fluxul care iese din dinții *B* și *C* se închide prin toți ceilalți dinți neînlănțuiți, astfel încît

$$\Phi_{B1} + \Phi_{C1} = \Phi_{A1} + \Phi_{D1} + \Phi_{E1} + \Phi_{F1} + \Phi_{G1} + \ldots + \Phi_{M1}\,.$$

Se precizează că repartiția fluxului, atît în dinții înlănțuiți cît și în dinții neînlănțuiți, se face în mod egal în cadrul aceleiași grupe, însă cu

ponderi diferite între cele două grupe de dinți. Astfel, pentru bobina *1* $\Phi_{B1} = \Phi_{C1}$ și $\Phi_{A1} = \Phi_{D1} = \Phi_{E1} = \Phi_{F1} = \ldots = \Phi_{M1}$.

3. Calculul ponderilor se efectuează în următoarele ipoteze simplificatoare, acceptate și în alte lucrări din literatură [1], [2]:

a) Ponderile fluxului creat de fiecare bobină pentru cele două grupe de dinți (înlănțuiți și neînlănțuiți) sînt aceleași, indiferent de poziția bobinei în circuitul magnetic, ipoteză corectă doar în cazul mașinilor electrice rotative sau în cel al mașinilor electrice liniare de lungime infinită.

b) Se consideră circuitul magnetic idealizat constituit dintr-o armătură care conține înfășurarea inductoare și o armătură pentru închiderea liniilor de cîmp magnetic.

c) Se admite că liniile de cîmp sînt perpendiculare pe suprafața dinților.

d) Se precizează faptul că circuitul magnetic al inductorului nu are capete prelungite, dinții de capăt avînd aceeași dimensiune ca și cei din mijloc.

e) Pentru determinarea inductanțelor proprii și mutuale se neglijează liniile de cîmp care se închid prin părțile laterale și frontale ale armăturilor și se consideră că fluxul se închide numai prin dinți.

În aceste condiții fluxul produs de bobina *1*, care traversează atît cei doi dinți înlănțuiți de bobină cît și restul dinților neînlănțuiți, va fi

$$\Phi = \frac{wi}{R_m} = \frac{wi}{\frac{\delta}{\mu_0 s z_\tau} + \frac{\delta}{\mu_0 s(z - z_\tau)}} = \frac{z_\tau(z - z_\tau)\,\mu_0 swi}{z\delta} = \frac{2.11\,\mu_0 swi}{13\,\delta}, \tag{1}$$

unde w reprezintă numărul de spire pe bobină, i — curentul de fază, R_m — reluctanța circuitului magnetic, δ — lungimea întrefierului, s — aria secțiunii transversale a unui dinte, z_τ — numărul de dinți înlănțuiți de bobină, $z - z_\tau$ — numărul de dinți neînlănțuiți de bobină, z — numărul total de dinți.

Fluxul creat de o bobină care parcurge un singur dinte înlănțuit de aceeași bobină va fi

$$\Phi_{B1} = \Phi_{C1} = \Phi_\bullet = \frac{\Phi}{z_\tau} = \frac{(z - z_\tau)\mu_0\, swi}{z\delta} = \frac{1}{2}\Phi = \frac{11\,\mu_0 swi}{13\,\delta}, \tag{2}$$

iar fluxul care parcurge un dinte neînlănțuit de bobină

$$\Phi_{A1} = \Phi_{D1} = \ldots = \Phi_{M1} = \Phi_\cdot = \frac{1}{z - z_\tau}\Phi = \frac{z_\tau \mu_0 swi}{z\delta} = \frac{2\,\mu_0 swi}{13\,\delta}. \tag{3}$$

Coeficientul de pondere pentru dinții înlănțuiți este deci $\frac{z - z_\tau}{z} = \frac{11}{13}$ iar pentru dinții neînlănțuiți $\frac{z_\tau}{z} = \frac{2}{13}$.

Multiplicînd ambii coeficienți cu un factor constant ($\mu_0 swi/\delta$), același pentru toți dinții, se poate determina valoarea fluxului care traversează un dinte, flux creat de o singură bobină, avînd un caracter elementar.

Calculînd ponderile fluxului magnetic produs de celelalte bobine pentru fiecare din cele două grupe de dinți se obțin ponderi egale. Rezultatele sînt indicate în tabelul 1.

Tabelul 1

Linia \ Semnul	•	·	Faza bobinei care produce fluxul	Bobina
1	11/13	2/13	R	1
2	11/13	2/13	R	2
3	11/13	2/13	R	3
4	11/13	2/13	T	4
5	11/13	2/13	T	5
6	11/13	2/13	T	6

4. Calculul inductanțelor proprii L_{ui} și mutuale L_{ij} se efectuează cu relațiile $L_{ui} = \psi_{ui}/i_i$ și $L_{ij} = \psi_{ij}/i_j$, în care ψ_{ui} este fluxul ce înlănțuie faza $i(R, T)$, produs de curentul i_i care străbate aceeași fază, iar ψ_{ij} este fluxul produs de curentul i_j care străbate faza j și înlănțuie faza i, ținîndu-se seama totodată de relațiile: $\psi_{ui} = w_i\Phi_{ui}$, $\psi_{ij} = w_i\Phi_{ij}$. În cazul considerat $w_i = w_j = w$ reprezintă numărul de spire pe bobină, același pentru ambele faze.

Fluxul util al unei faze, de exemplu cel al fazei R, ψ_{uR}, se calculează sumînd toate fluxurile create de bobinele aceleiași faze (R), fluxuri care în fond traversează toți dinții înlănțuiți de bobinele fazei respective. Valoarea fluxului util se calculează sumînd coeficienții de pondere ai fluxului creat de bobinele fazei corespunzătoare (de exemplu R). Pentru o bobină dată se consideră coeficienții de pondere de un anumit semn pentru fluxul care intră în dinți și de semn opus pentru fluxul care iese din dinți.

Fluxul produs de faza T, ψ_{RT}, care înlănțuie faza R, se obține prin sumarea coeficienților de pondere ai fluxului creat de bobinele fazei T în dinții fazei R, convenția semnelor rămînînd aceeași ca și în cazul fluxului util.

Pentru cazul general al unui inductor cu număr par de poli fluxul util rezultă de forma:

$$\psi_{uR} = w\Phi_{uR} = w[pz_\tau\Phi_\bullet - p(p-1)z_\tau\Phi_\cdot], \tag{4}$$

sau, ținînd seama de relațiile (2) și (3),

$$\psi_{uR} = w\frac{wi\mu_0 spz_\tau(z - pz_\tau)}{\delta z}, \tag{5}$$

iar pentru fluxul determinat de inducția mutuală:

$$\psi_{RT} = w\Phi_{RT} = w[p\Phi_\bullet - p(pz_\tau - 1)\Phi_\cdot], \tag{6}$$

sau

$$\psi_{RT} = w\frac{wi\mu_0 sp(z - pz_\tau^2)}{\delta z}. \tag{7}$$

Considerînd cazul reprezentat în fig. 1, relațiile (5) și (7) devin

(8) $\psi_{uR} = \frac{42}{13} \cdot \frac{w^2 i \mu_0 s}{\delta}$ şi (9) $\psi_{RT} = \frac{3}{13} \cdot \frac{w^2 i \mu_0 s}{\delta}$.

Calculînd în mod similar fluxul util al fazei T cît şi cel determinat de inducţia mutuală se obţin expresiile

(10) $\psi_{uT} = \frac{42}{13} \cdot \frac{w^2 i \mu_0 s}{\delta}$ şi (11) $\psi_{TR} = \frac{3}{13} \cdot \frac{w^2 i \mu_0 s}{\delta}$.

Analizînd relaţiile (9) şi (11) se poate observa că, în ipotezele simplificatoare admise în §3, atît inductanţele proprii cît şi cele mutuale ale celor două faze ale înfăşurării bifazate plane considerate sînt egale avînd expresiile

(12) $L_{uR} = L_{uT} = \frac{\psi_u}{i} = \frac{42}{13} \cdot \frac{w^2 \mu_0 s}{\delta}$ respectiv (13) $L_{RT} = L_{TR} = \frac{\psi_{RT}}{i} = \frac{3}{18} \cdot \frac{w^2 \mu_0 s}{\delta}$.

În cazul general, al unui inductor de motor liniar cu un număr par de poli şi $q = 1$, $m = 2$ şi $z_\tau = 2$ inductanţele proprii şi mutuale se pot calcula cu relaţiile

(14) $L_{ui} = \frac{w^2 \mu_0 s}{\delta} \cdot \frac{2p(2p+1)}{4p+1}$, respectiv (15) $L_{ij} = \frac{w^2 \mu_0 s}{\delta} \cdot \frac{p}{4p+1}$.

Concluzii

Relaţiile (14) şi (15) permit calculul valorii inductanţelor proprii şi mutuale ale unei înfăşurări bifazate plane, care intervin în cazul motoarelor liniare de inducţie cu număr par de poli.

Faţă de ipotezele simplificatoare admise relaţiile devin cu atît mai exacte cu cît numărul de poli este mai mare.

Primită la 1 august 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizările energiei electrice şi automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Laithwaite E. R., *Induction Machines For Special Purposes.* George Newnes Lim. London, 1966.
2. Dîmboiu E., *Contribuţii la studiul motorului liniar plan cu cîmp mobil.* Teză de doctorat, Univ. Braşov, 1970.
3. Sabonnadière J. C., *Contribution à l'étude des moteurs asynchrones linéaires.* Thèse, Fac. Sci. de Grenoble, 1969.
4. Richter R., *Înfăşurările maşinilor electice,* (trad. din l. germană). Ed. Tehn., Buc., 1958.
5. Bălă C. V, *Proiectarea maşinilor electrice.* EDP, Buc., 1967.

РАСЧЕТ ИНДУКТИВНОСТЕЙ ПЛОСКОВЫХ ОДНОСЛОЙНЫХ ОБМОТКАХ

(Резюме)

В литературе посвященной вопросу об индуктивности обмоток отсутствуют расчетные формулы.

В предстоящей работе предлагаются расчетные формулы для двухфазных обмоток линейных двигателей.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 621.316.9

CONTRIBUŢII PRIVIND INFLUENŢA INSENSIBILITĂŢII ELEMENTULUI DE MĂSURĂ DIN SCHEMA DE COMPARAŢIE ASUPRA ERORILOR DE DISCONTINUITATE ALE PROTECŢIILOR DE IMPEDANŢĂ

DE

I. BEJAN, I. ŢIŢARIU, CRISTEA PĂL şi D. ASANDEI

1. Introducere

Într-o lucrare precedentă [1] a fost prezentat studiul influenţei insensibilităţii elementului de măsură asupra formei caracteristicilor de acţionare a protecţiei de impedanţă, funcţionînd pe principiul comparării valorilor absolute, în cazul folosirii formatoarelor de funcţii liniare şi pătratice.

În cele ce urmează se întreprinde un studiu calitativ şi cantitativ în legătură cu influenţa insensibilităţii elementului de măsură asupra erorilor de discontinuitate ale caracteristicilor de acţionare, realizate cu montaje avînd formatoare liniare ($n=1$) şi pătratice ($n = 2$), [1]. În expunerea lucrării se au în vedere relaţiile şi rezultatele prezentate în [1], în legătură cu forma caracteristicilor de acţionare.

În literatură [2] este menţionată influenţa insensibilităţii elementului de măsură asupra erorilor de discontinuitate, în principal pentru formatoare liniare.

Pentru o comparaţie calitativă şi cantitativă a erorilor de discontinuitate, în cele de mai jos acestea se iau în consideraţie prin constanta K_{2L} (pentru cazul formatoarelor liniare), respectiv K_{2P} (pentru cazul formatoarelor pătratice), definite în [1].

Erorile de discontinuitate depind, evident, de poziţia caracteristicilor în planul R, jX, deci de $\underline{Z}_1$, $\underline{Z}_2$, precum şi de valoarea curentă a impedanţei măsurate pe caracteristica de acţionare, deci de V şi α ([1], fig. 2). Dată fiind multitudinea de posibilităţi ce se întîlnesc în practică în legătură cu poziţia caracteristicilor, în cadrul unei prezentări generale se convine ca în fiecare caz în parte, din cele analizate, să se ia în consideraţie anumite mărimi, care pot constitui o măsură a erorilor de discontinuitate. Pentru toate cazurile, însă, aceste mărimi se vor adopta considerînd poziţia caracteristicilor de acţionare pentru $K_{2L} \neq 0$, respectiv $K_{2P} \neq 0$, în raport cu caracteristicile ideale (caracterizate prin $K_{2L} = K_{2P} = 0$).

Se vor prezenta separat erorile pentru tipuri de caracteristici de acţionare avînd forma de curbe închise, ($K_1 \gtrless 1$) cît şi pentru cele deschise,

($K_1 = 1$), [1], în cazul ambelor tipuri de formatoare de funcții. Se va urmări punerea în evidență a influenței constantelor K_{2L} respectiv K_{2P} și în special pentru valori reduse ale acestora, apropiate de condiții ideale de funcționare, adică $K_{2L} \approx K_{2P} \approx 0$.

2. Erorile de discontinuitate ale formatoarelor liniare și pătratice pentru $K_1 \gtrless 1$

Pentru tipurile de caracteristici închise se convine a evalua erorile de discontinuitate prin mărimile δ_L, pentru formatoare liniare (fig. 1 *a*) și δ_P, pentru cele pătratice (fig. 1 *b*), în raport cu centrul U_i și raza W_i a cercului limită ideal ($K_{2L} = K_{2P} = 0$). Dacă acestea se raportează la raza caracteristicii ideale, adică :

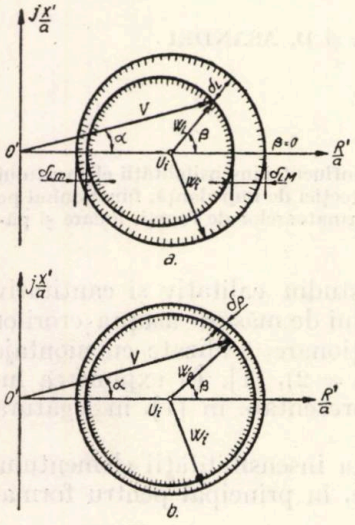


Fig. 1

$$(1)\qquad \begin{cases} \Delta_L = \dfrac{\delta_L}{W_i} = \dfrac{W_i - W_L}{W_i}, \\ \Delta_P = \dfrac{\delta_P}{W_i} = \dfrac{W_i - W_P}{W_i}, \end{cases}$$

atunci erorile astfel definite rămîn valabile pentru toate caracteristicile cu o aceeași constantă K_1, fie în reprezentarea dimensională (planul R, jX) fie în cea adimensională (planul R'/a, jX'/a).

Din relațiile (8) și (9) [1] se poate deduce expresia erorii de discontinuitate, definită prin (1_1), pentru formatoarele liniare :

$$(2)\qquad \Delta_L = 1 - \sqrt{1 - 2V\frac{K_{2L}(K_1^2-1)}{K_1^2} + \frac{(K_1^2-1)(K_{2L}^2-1)}{K_1^2}}.$$

În mod similar, cu ajutorul relațiilor (16) și (18) [1], (în ultima pentru $K_{2P} = 0$), se poate stabili expresia erorii pentru formatoarele pătratice, definită prin (1_2) :

$$(3)\qquad \Delta_P = 1 - \sqrt{1 - \frac{K_{2P}^2(K_1^2-1)}{K_1^2}}.$$

Din (2) și (3), precum și din fig. 3 și fig. 7 [1], rezultă că pentru $K_1 > 1$, se obține $\Delta_L > 0$, $\Delta_P > 0$ iar pentru $K_1 < 1$ (fig. 5 și fig. 9 [1]), rezultă $\Delta_L < 0$ și $\Delta_P < 0$.

După cum se observă din (2), precum și din fig. 3 și fig. 5 [1], erorile Δ_L depind de valoarea curentă măsurată pe caracteristică, deci de V (sau unghiul β). Valorile maxime ale erorilor, Δ_{LM}, au loc pentru $V = V_{max}$,

adică la $\beta = 0$ pentru $K_1 > 1$ și la $\beta = \pi$ pentru $K_1 < 1$; valorile minime, Δ_{Lm}, se obțin pentru $V = V_{min}$, adică la $\beta = \pi$ pentru $K_1 > 1$ și la $\beta = 0$ pentru $K_1 < 1$ (fig. 1 *a*). Aceste erori au expresiile:

$$\Delta_{LM} = \frac{K_{2L}(K_1 + 1)}{K_1}, \quad \Delta_{Lm} = \frac{K_{2L}(K_1 - 1)}{K_1}. \tag{4}$$

În cazul formatoarelor pătratice, după cum se poate observa din (3), precum și din fig. 7 și 9 [1], erorile definite după cum s-a arătat mai sus sînt independente de V, respectiv de β.

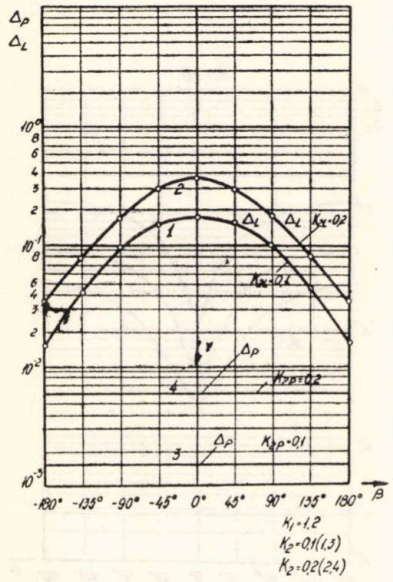


Fig. 2

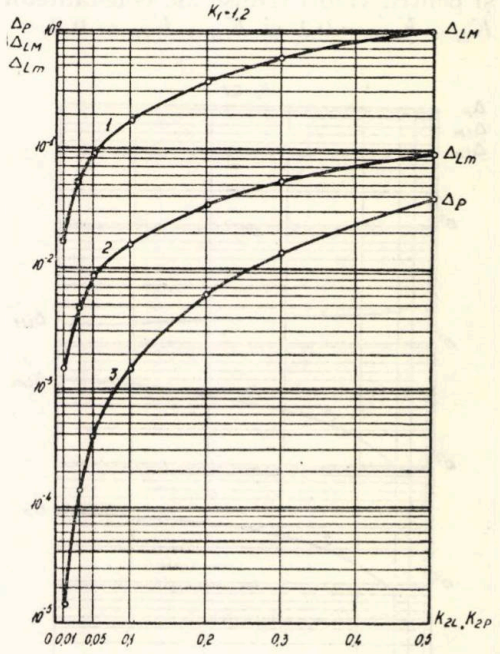


Fig. 3

Date fiind limitele largi de variație ale constantelor K_{2L}, K_{2P}, s-au admis în general cele corespunzătoare funcționării unor elemente de măsură cu sensibilitate redusă și anume $0 \leqslant K_{2L}, K_{2P} \leqslant 1$.

În plus, pentru a se putea compara erorile de discontinuitate ale celor două tipuri de formatoare, liniare și pătratice, folosind reprezentarea pe aceleași grafice, din relațiile (7) și (17), [1], rezultă următoarea legătură între constantele K_{2L} și K_{2P}:

$$K_{2P} = K_{2L}\sqrt{\frac{K_d}{K_M U_0}}, \tag{5}$$

unde U_0 este o mărime determinată de sensibilitatea elementului de măsură folosit; de exemplu pentru protecțiile D 113, U_0=0,1 V, iar pentru protec-

țiile RD 7, $U_0 = 0{,}03$ V ; K_d este o constantă corespunzătoare elementului de comparație [1], atît în cazul formatoarelor liniare cît și a celor pătratice ; K_M este constanta corespunzătoare formatoarelor pătratice [1] și poate fi ajustată astfel încît $K_M U_0 \gtrless K_d$. În aceste condiții $K_{2P} = K_{2L}$ dacă $K_M U_0 = K_d$, $K_{2P} > K_{2L}$ dacă $K_M U_0 < K_d$ și $K_{2P} < K_{2L}$ dacă $K_M U_0 > K_d$.

Cum constanta K_{2P} determină erorile de discontinuitate (3) rezultă că în cazul formatoarelor pătratice există posibilitatea ca prin creșterea constantei K_M să se micșoreze eroarea Δ_P .

În fig. 2 sînt reprezentate erorile de discontinuitate Δ_L și Δ_P în funcție de unghiul β, (definit în fig. 1 *a* și *b*), pentru $K_1 > 1$ și anume $K_1 = 1{,}2$ și pentru valori reduse ale constantelor K_{2L}, respectiv K_{2P} și anume pentru K_{2L} , $K_{2P} = 0{,}1$ și K_{2L} , $K_{2P} = 0{,}2$.

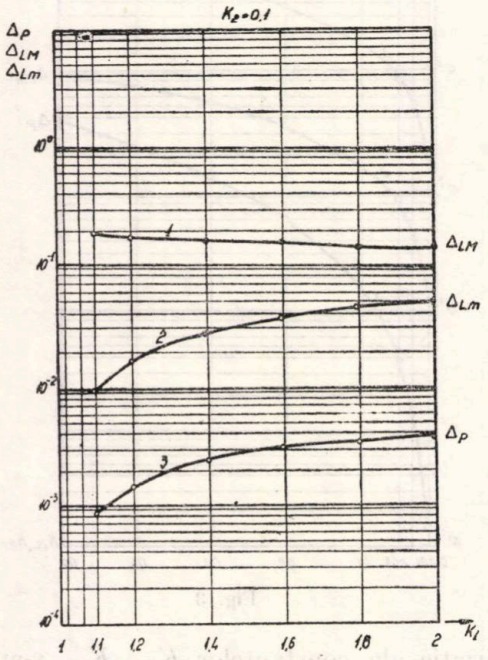


Fig. 4

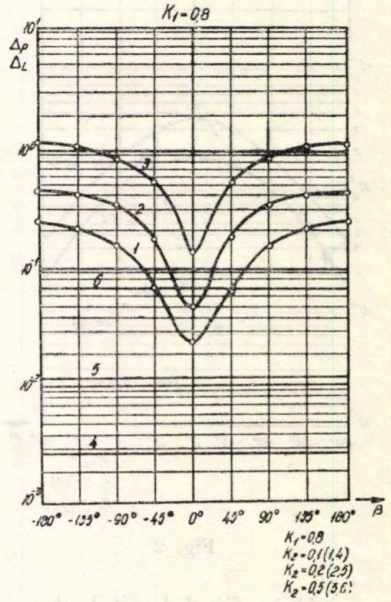


Fig. 5

În fig. 3 sînt reprezentate erorile maxime Δ_{LM} (curba *1*) și minime Δ_{Lm} (curba *2*) pentru formatorul liniar, precum și eroarea Δ_P (curba *3*) pentru formatorul pătratic, în funcție de valorile constantelor K_{2L}, respectiv K_{2P} , cuprinse între 0 și 0,5.

Din analiza fig. 4 rezultă că pentru $K_{2L} \neq 0$ eroarea de discontinuitate scade odată cu β. Valorile maxime și minime care au loc la $\beta = 0$, respectiv $\beta = \pi$ (fig. 3 — curbele *1* și *2*) sînt cu atît mai mari cu cît K_{2L} este mai mare. Pentru $K_{2L} = 0{,}01...0{,}2$, $\Delta_{Lm} \approx 1{,}5.10^{-3}....3{,}5.10^{-2}$; eroarea Δ_{LM} , în aceleași condiții, este de aproximativ 10 ori mai mare.

În cazul formatoarelor pătratice (fig. 2 — curbele *3* și *4*) erorile de discontinuitate, independente de unghiul β, sînt incomparabil mai mici decît în cazul formatoarelor liniare și cu atît mai mici cu cît valoarea constantei K_{2P} este mai mică. Din fig. 3 rezultă că pentru $K_{2L} = K_{2P} = 0{,}01$, $\Delta_{Lm}/\Delta_P = 100$, iar pentru $K_{2L} = K_{2P} = 0{,}2$, $\Delta_{Lm}/\Delta_P = 6{,}5$. Pentru $K_{2P} < K_{2L}$, diferențele dintre erorile de discontinuitate ale celor două tipuri de formatoare cresc; de exemplu, pentru $K_{2L} = 0{,}1$ și $K_{2P} = 0{,}01$ se obține $\Delta_{2Lm}/\Delta_P = 10^3$. Pentru $K_{2P} > K_{2L}$ diferențele scad; de exemplu pentru $K_{2L} = 0{,}01$ și $K_{2P} = 0{,}1$, $\Delta_{Lm}/\Delta_P = 1$. Evident, dacă în fig. 3 se compară eroarea Δ_P cu eroarea maximă a formatorului liniar Δ_{LM}, se găsește că practic, în orice condiție ($K_{2L} \gtrless K_{2P}$), se obține $\Delta_P < \Delta_{LM}$.

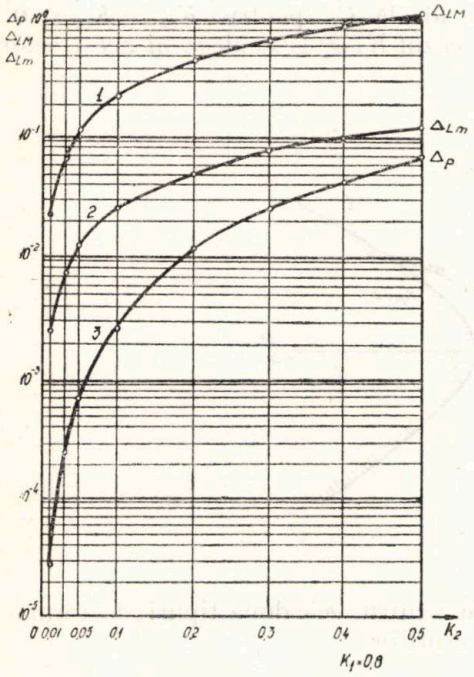


Fig. 6

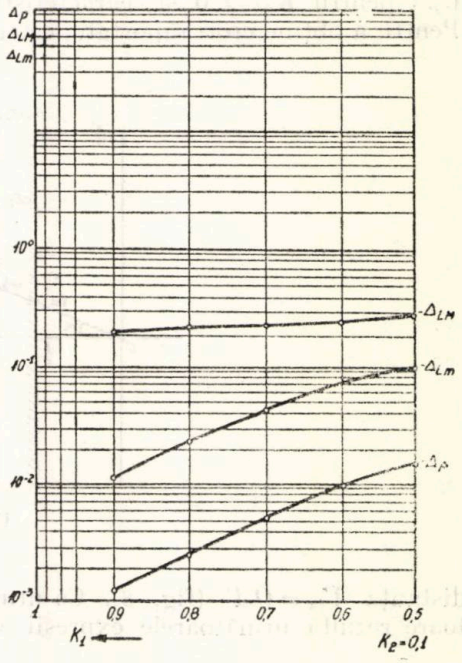


Fig. 7

Eroarea de discontinuitate este influențată și de valoarea constantei $K_1 = K_{2U}/K_{1U}$. În fig. 4 sînt reprezentate curbele Δ_{LM} (curba *1*), Δ_{Lm} (curba *2*) și Δ_P (curba *3*) în funcție de K_1, pentru $K_{2L} = K_{2P} = 0{,}1$. Din examinarea acestor curbe se observă că valoarea constantei K_1 influențează într-o măsură mult mai mică erorile de discontinuitate.

În fig. 5...7 sînt reprezentate erorile de discontinuitate în aceleași condiții ca și în fig. 2...4, dar pentru $K_1 < 1$. Din analiza figurilor menționate rezultă că influența constantelor K_{2L} și K_{2P} se manifestă cu aceleași consecințe ca și în cazul $K_1 > 1$. La cele de mai sus se poate face

observația că pentru $K_1 < 1$ erorile minime au loc la $\beta = 0$ iar cele maxime la $\beta = \pi$ (fig. 5) și că influența constantei K_1 asupra erorilor este mai pronunțată decît în cazul $K_1 > 1$ (fig. 7).

3. Erorile de discontinuitate ale formatoarelor liniare și pătratice pentru $K_1 = 1$

Date fiind condițiile particulare ale caracteristicilor din acest caz, erorile de discontinuitate nu mai pot fi evaluate ca în situația $K_1 \neq 1$. S-a convenit ca, pornind de la fig. 1, să se evalueze erorile de discontinuitate prin distanța măsurată pentru un unghi α (fig. 8) dat între caracteristicile C_L, corespunzătoare formatorului liniar pentru $K_{2L} \neq 0$ respectiv C_P, pentru $K_{2P} \neq 0$ și caracteristica ideală C_i, pentru $K_{2L} = K_{2P} = 0$. Pentru a obține erori raportate, ca și în cazul $K_1 \gtrless 1$, se alege în acest scop

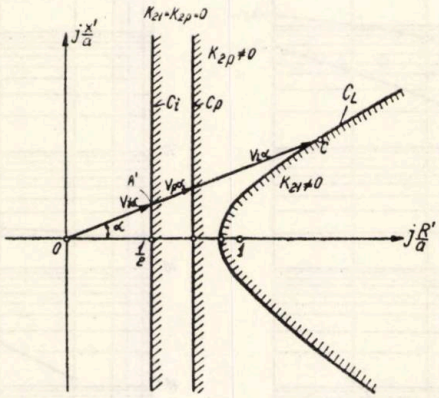


Fig. 8

distanța $V_{i\alpha} = OA'$ (fig. 8). Ca urmare, pentru cele două tipuri de formatoare rezultă următoarele expresii ale erorilor

$$\varepsilon_L = \frac{V_{L\alpha} - V_{i\alpha}}{V_{i\alpha}} = \frac{K_{2L}(1 - K_{2L}\cos\alpha)}{\cos\alpha - K_{2L}}, \tag{6}$$

respectiv

$$\varepsilon_P = \frac{V_{P\alpha} - V_{i\alpha}}{V_{i\alpha}} = K_{2P}^2. \tag{7}$$

În fig. 9 sînt reprezentate, pentru exemplificare, erorile ε_L și ε_P în funcție de unghiul α, pentru $K_{2L} = \text{const.} \neq 0$, $K_{2P} = \text{const.} \neq 0$, după cum urmează: eroarea ε_L pentru $K_{2L} = 0{,}01$ (curba *1*); $K_{2L} = 0{,}1$ (curba *2*); $K_{2L} = 0{,}5$ (curba *3*); $K_{2L} = 1$ (dreapta *4*); eroarea ε_P — dreptele

5...8 pentru $K_{2P} = 0{,}01$; 0,1 ; 0,5 ; 1. Se observă că în timp ce erorile ε_P sînt independente de unghiul α, erorile ε_L cresc odată cu acesta, tinzînd la infinit. Ultima valoare se obține la un unghi α cu atît mai mic cu cît K_{2L} este mai mare, adică cu cît se manifestă mai mult consecințele insensibilității elementului de măsură.

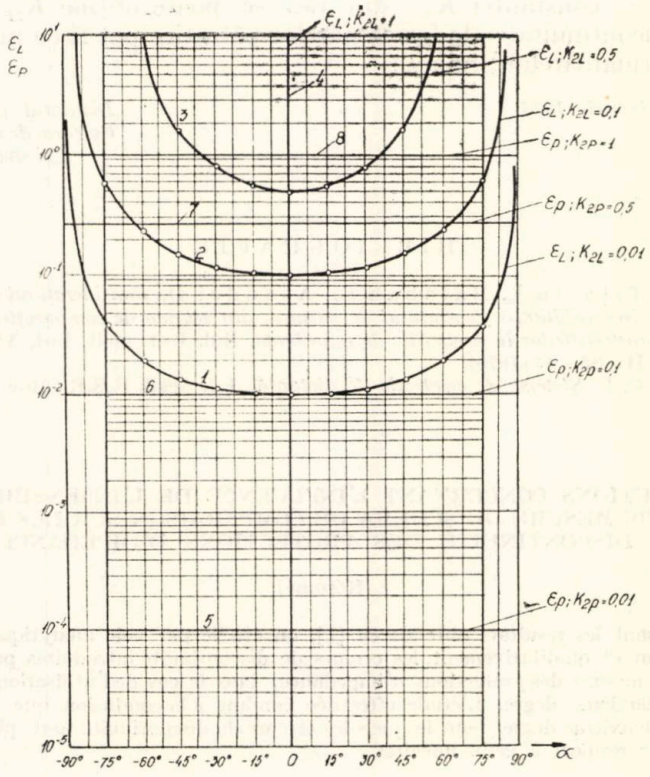


Fig. 9

Cît privește influența tipului de formator, se observă că pentru $K_{2P} \leqslant K_{2L}$, $\varepsilon_L \gg \varepsilon_P$; de exemplu, pentru $K_{2P} = 0{,}01$ și $K_{2L} = 0{,}1$ se obține $\varepsilon_L / \varepsilon_P = 10^3$.

4. Concluzii

Ca urmare a modificării formei caracteristicilor de acționare datorită insensibilității elementului de măsură, în funcționarea protecției de distanță, se manifestă erorile de discontinuitate. În cazul formatoarelor liniare acestea depind de argumentul impedanței măsurate, evaluat în lucrarea de față prin unghiurile α și β definite în fig. 1. În cazul formatoarelor pătratice erorile de discontinuitate nu depind de unghiurile α și β.

Erorile de discontinuitate, la protecțiile cu formatoare liniare, sînt, în general, superioare celor care apar în cazul utilizării formatoarelor pătratice. Diferențe deosebit de mari se manifestă pentru valori K_{2L}, K_{2P}, definite în [1], relativ mici (sub 10%) și cu atît mai mult dacă $K_{2P} < K_{2L}$.

Pe baza studiului prezentat rezultă că formatoarele pătratice prezintă avantaje din punct de vedere al erorilor de discontinuitate. Prin ajustarea convenabilă a constantei K_M, din (5), se poate obține $K_{2P} \ll K_{2L}$, deci erorile de discontinuitate ale formatoarelor pătratice pot fi cu mult inferioare celor ale formatoarelor liniare.

Primită la 7 februarie 1975

Institutul politehnic, Iași,
Catedra de utilizări electrice
și automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Bejan I., Țițariu I., Balaban G., Asandei D., *Considerațiuni privind influența insensibilității elementului de măsură, din schema de comparație, asupra formei caracteristicilor în protecțiile de impedanță.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI(XXV), *1–2*, s. III, 85–94 (1975).
2. Penescu C. I., *Sisteme de protecție de distanță.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1971.

CONTRIBUTIONS CONCERNANT L'INFLUENCE DE L'INSENSIBILITÉ DE L'ÉLÉMENT DE MESURE DU SCHÉMA DE COMPARAISON SUR LES ERREURS DE DISCONTINUITÉ DES PROTECTIONS D'IMPÉDANCE

(Résumé)

En utilisant les résultats obtenus en [1], on étudie par voie analytique et graphique, quantitativement et qualitativement, les erreurs de discontinuité introduites par l'insensibilité de l'élément de mesure des protections d'impédance, dans le cas de l'utilisation des formateurs linéaires et de deuxième degré. L'étude effectuée conduit à la condusion que l'utilisation des formateurs de deuxième degré, pour lesquels les erreurs de discontinuité sont plus petites, est avantageuse par rapport à ceux linéaires.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 3—4, 1975
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 628.972

CALCULUL FOTOMETRIC AL INSTALAȚIILOR DE ILUMINAT INTERIOR CU AJUTORUL MODELELOR ELECTRICE*)

DE

CLAUDIA BOTEZ, V. PRISĂCARU și G. SAVITESCU

1. Introducere

Dintre diversele metode cunoscute pentru calculul fotometric al instalațiilor de iluminat cea mai exactă dar și cea mai laborioasă este metoda reflexiilor multiple. Prin modelare electrică, metoda poate fi ușor și rapid utilizată pentru proiectarea iluminatului electric interior.

2. Metoda reflexiilor multiple

Studiind fenomenul de reflexie multiplă între un număr de n suprafețe $S_1, S_2, \ldots, S_k, \ldots, S_n$ cu coeficienții de reflexie $\rho_1, \rho_2, \ldots \rho_k, \ldots, \rho_n$ care primesc inițial fluxurile $\Phi'_1, \Phi'_2, \ldots, \Phi'_k \ldots, \Phi'_n$, s-a ajuns la sistemul de ecuații care permite determinarea valorilor fluxurilor stabilizate $\Phi_1, \Phi_2, \ldots, \Phi_k, \ldots, \Phi_n$ pe suprafețele respective [1], [5]:

$$(1)\quad \begin{cases} \Phi_1 - f_{12}\Phi_2 - f_{13}\Phi_3 - \ldots - f_{1k}\Phi_k - \ldots - f_{1n}\Phi_n = \gamma_1\Phi'_1, \\ -f_{21}\Phi_1 + \Phi_2 - f_{23}\Phi_3 - \ldots - f_{2k}\Phi_k - \ldots - f_{2n}\Phi_n = \gamma_2\Phi'_2, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -f_{k1}\Phi_1 - f_{k2}\Phi_2 - f_{k3}\Phi_3 - \ldots + \Phi_k - \ldots - f_{kn}\Phi_n = \gamma_k\Phi'_k, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots \\ -f_{n1}\Phi_1 - f_{n2}\Phi_2 - f_{n3}\Phi_3 - \ldots - f_{nk}\Phi_k - \ldots + \Phi_n = \gamma_n\Phi'_n. \end{cases}$$

Matriceal sistemul (1) se poate scrie sub forma:

$$(2)\qquad [f_{ik}]\,[\Phi_k] = [\gamma_k\Phi'_k] \quad \text{sau} \quad (3)\qquad [\Phi_k] = [f_{ik}]^{-1}\,[\gamma_k\Phi'_k],$$

unde

*) Prezentată la a III-a sesiune științifică comună organizată cu ocazia aniversării a 25 de ani de la înființarea Întreprinderii Electroputere Craiova, Universitatea din Craiova, 7—8 iunie 1973.

(4) $$f_{ik} = \gamma_i \rho_k u_{ki} \quad \text{și respectiv} \quad f_{ki} = \gamma_k \rho_i u_{ik}.$$

Coeficientul u_{ki} este coeficientul de utilizare al fluxului suprafeței S_k în raport cu suprafața S_i (u_{ki} reprezintă de fapt procentul din fluxul reflectat de suprafața S_k și care cade pe suprafața S_i) iar γ_i este coeficientul de reflexie multiplă al suprafeței S_i :

(5) $$\gamma_i = \frac{\Phi_i}{\Phi_i'} = \frac{1}{1 - \rho_i u_{ii}}.$$

2.1. Reflexiile multiple într-o încăpere cu trei suprafețe reflectătoare

Din punct de vedere practic interesează cazul reflexiilor multiple între trei suprafețe reflectătoare : tavan, pereți și podea (fig. 1). Pentru acest caz particular sistemul (1) devine :

(6) $$\begin{aligned} &\Phi_1 - f_{12}\Phi_2 - f_{13}\Phi_3 = \gamma_1 \Phi_1', \quad -f_{21}\Phi_1 + \Phi_2 - f_{23}\Phi_3 = \gamma_2 \Phi_2', \\ &-f_{31}\Phi_1 - f_{32}\Phi_2 + \Phi_3 = \gamma_3 \Phi_3'. \end{aligned}$$

Rezolvînd sistemul se obțin fluxurile stabilizate pe cele trei suprafețe :

(7) $$\begin{cases} \Phi_1 = \dfrac{A_{11}}{D}\Phi_1' + \dfrac{A_{12}}{D}\Phi_2' + \dfrac{A_{13}}{D}\Phi_3', \\ \Phi_2 = \dfrac{A_{21}}{D}\Phi_1' + \dfrac{A_{22}}{D}\Phi_2' + \dfrac{A_{23}}{D}\Phi_3', \\ \Phi_3 = \dfrac{A_{31}}{D}\Phi_1' + \dfrac{A_{32}}{D}\Phi_2' + \dfrac{A_{33}}{D}\Phi_3'. \end{cases}$$

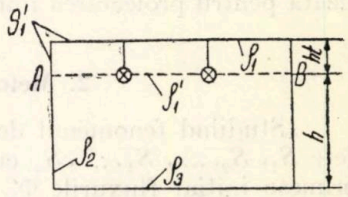


Fig. 1

Coeficienții $A_{ik}/D = f(\rho_i, \gamma_i, u_{ki})$ depind de dimensiunile geometrice ale încăperii și de coeficienții de reflexie ai suprafețelor.

Obținerea explicită a acestor relații este foarte anevoioasă încît se recurge la următoarea simplificare : se înlocuiește tavanul și porțiunea de pereți care se află deasupra planului ce trece prin centrul corpurilor de iluminat cu o altă suprafață S_{AB}, avînd un coeficient de reflexie echivalent :

(8) $$\rho_i' = \frac{\rho_1 u_{11'}}{1 - \rho_1(1 - u_{11'})}, \quad \text{unde} \quad u_{11'} = \frac{S_{AB}}{S_1'}.$$

Prin urmare problema reflexiilor multiple se pune mai departe la o încăpere cu dimensiuni mai mici, mărginită de suprafețele : (AB), planul util al încăperii și porțiunea din S_2 cuprinsă între cele două suprafețe paralele amintite. În plus, ținînd cont de faptul că $S_{AB} = S_3$ sînt valabile relațiile :

(9) $$u_{1'3} = u_{31'}, \quad u_{1'2} = u_{32} - 1 = u_{1'3}.$$

Folosind teorema reciprocității [1], rezultă legătura dintre coeficientul de utilizare al fluxului pereților relativ la tavan și podea și coeficientul de utilizare al fluxului tavanului relativ la podea :

$$u_{21'} = u_{23} = u_{32}\frac{S_3}{S_2} = (1 - u_{1'3})\frac{S_3}{S_2}. \tag{10}$$

Pe de altă parte, coeficientul de reflexie multiplă al tavanului și podelei are valoarea :

$$\begin{cases} \gamma_1 = \dfrac{1}{1 - \rho_1(1 - u_{1'3} - u_{1'2})} = \dfrac{1}{1 - \rho_1(1 - u_{1'3} - 1 + u_{1'3})}, \\ \gamma_2 = \dfrac{1}{1 - \rho_3(1 - u_{21'} - u_{23})} = \dfrac{1}{1 - \rho_2(1 - u_{1'3} - 1 + u_{1'3})}. \end{cases} \tag{11}$$

De asemenea :

$$\gamma_3 = \frac{1}{1 - \rho_2(1 - u_{21'} - u_{23})} = \frac{1}{1 - \rho_2(1 - 2u_{21'})}.$$

În acest caz particular, dar foarte utilizat practic, coeficienții sistemului (7) depind de $A_{ik}/D = f(\rho_i, u_{1'3})$, unde $u_{1'3} = f(i)$ se reprezintă în curba din fig. 2. Calculele se simplifică substanțial. În același scop se dau curbe [1]... [3] pentru $A_{ik}/D = f(\rho_i)$, unde :

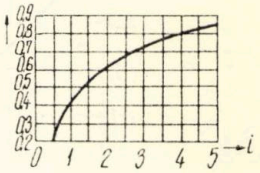


Fig. 2

$$i = \frac{ab}{h(a + b)} \tag{13}$$

este indicele de local al încăperii cu dimensiunea podelei *ab*.

2.2. Calculul componentelor directe ale fluxurilor

Pentru calculul componentelor directe Φ_1', Φ_2', Φ_3' s-au elaborat diferite metode, dintre care metoda lui C r a f t [2], pe lîngă faptul că este de precizie comparabilă cu a celorlalte, este și foarte rapidă. Această metodă se bazează pe împărțirea curbei fotometrice în trei componente fictive corespunzătoare unor corpuri de iluminat cu repartizarea fluxului orizontală, directă și indirectă :

$$\Phi_\sigma = \pi^2 I_{90} \approx 10 I_{90}, \quad \Phi_d = \Phi_\smile - 0{,}5\Phi_\sigma = \Phi_\smile - 5I_{90}, \tag{14}$$
$$\Phi_i = \Phi_\frown - 0{,}5\,\Phi_\sigma = \Phi_\frown - 5I_{90},$$

unde: I_{90} — intensitatea luminoasă după direcție orizontală, $\Phi_\smile, \Phi_\frown$ — fluxul emis în emisferele inferioară și superioară de către corpul de iluminat.

Se definește un coeficient de utilizare al fluxului în raport cu suprafața, u_s, care este de fapt raportul dintre fluxul luminos al corpului fictiv care cade pe suprafața considerată și fluxul total al corpului de iluminat. Acest coeficient este redat în curbele lui C r a f t funcție de gradul de concentrare al fluxului corpului :

$$f = \frac{\Phi_{0\ldots40} - 0{,}65 I_{90}}{\Phi_d} \cdot 100 \tag{15}$$

și de dimensiunile încăperii (fig. 3).

Cele 14 curbe din fig. 3, trasate pentru $f = 30 \ldots 100\%$, se utilizează pentru determinarea coeficientului u_s a corpului fictiv cu repartiție directă a fluxului. Pentru corpul direct cu repartiție orizontală se utilizează curba

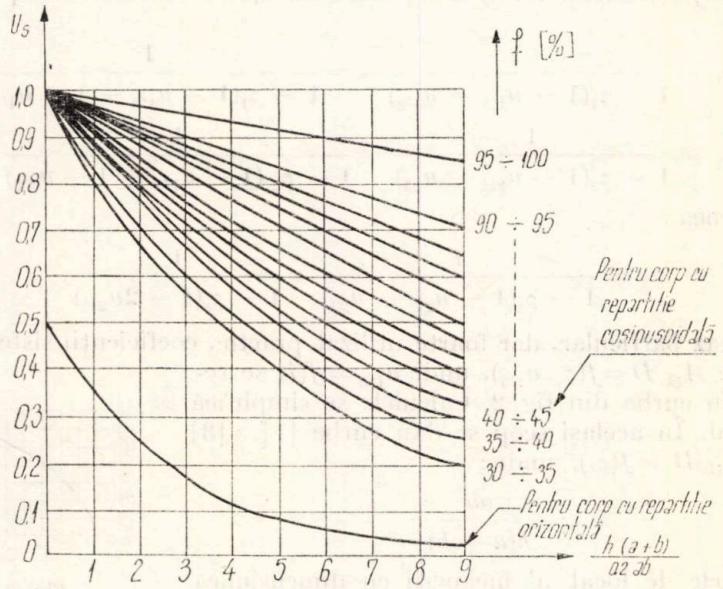


Fig. 3

cea mai de jos, iar pentru cel cu repartiție inversă, curba corespunzătoare lui $f = 40 \ldots 45\%$. Utilizînd relațiile (14), (15) și fig. 3 rezultă :

$$\Phi_1' = \Phi_\sigma(u_s)_{\sigma_1} + \Phi_i\,(u_s)_i, \quad \Phi_3' = \Phi_\sigma(u_s)_{\sigma_3} + \Phi_d(u_s)_d, \tag{16}$$
$$\Phi_2' = \Phi_{tot} - (\Phi_1' + \Phi_2').$$

2.3. Coeficientul de utilizare al instalației de iluminat

Calculînd fluxurile stabilizate cu (7) și cunoscînd fluxul total al corpurilor de iluminat (echipate cu lămpi convenționale de 1 000 lm) se poate calcula un coeficient de utilizare al instalației

$$u_0 = \frac{\Phi_3}{\Phi_t}. \tag{17}$$

Coeficientul de utilizare astfel obținut ține cont de reflexiile multiple dintre podea, pereți și tavan ; prin urmare va fi cel mai apropiat de realitate, deci și cel mai economic, așa cum va rezulta din cele ce urmează.

3. Modelarea electrică a calculului fotometric al instalațiilor de iluminat

Pentru simplificarea calculului instalațiilor de iluminat prin metoda reflexiilor multiple se poate apela la o tehnică de calcul avantajoasă, în particular la modelarea electrică. Prin modelare se realizează o analogie, adică

o descriere matematică identică a unor fenomene diferite din punct de vedere fizic. Modelele electrice se caracterizează prin : simplitatea schemelor, comoditatea schimbării parametrilor, siguranță în funcționare etc. În cazul metodei reflexiilor multiple trecerea fluxului luminos de la o suprafață la alta, în interiorul unui volum oarecare, poate fi asemănată cu circulația curentului într-o rețea avînd alți parametri. Proprietățile reflectante ale suprafețelor și dimensiunile lor geometrice sînt simulate de rezistențele circuitului.

3.1. Alegerea schemei modelului electric

Calculul unei instalații de iluminat, cu evaluarea reflexiilor multiple, se reduce la rezolvarea unui sistem liniar algebric de forma (1), unde numărul necunoscutelor este egal cu numărul suprafețelor reflectătoare. Pentru rezolvarea acestei probleme [4], în cazul particular descris în § **2.1**, s-a studiat schema electrică din fig. 4.

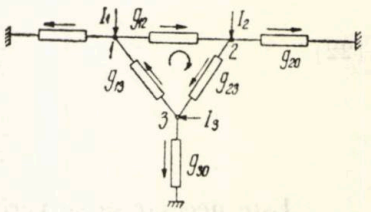


Fig. 4

Între nodurile circuitului sînt dispuse conductanțele g_{ik} ; ele sînt legate la pămînt prin conductanțele g_{k0}. În nodurile schemei sînt injectați curenții I_k, iar tensiunile în noduri sînt U_k. Aplicînd prima teoremă a lui K i r c h h o f f se obține sistemul :

$$(18)\qquad \begin{cases} I_1 = (g_{10} + g_{12} + g_{13})\,U_1 - g_{12}U_2 - g_{13}U_3, \\ I_2 = -g_{12}U_1 + (g_{20} + g_{21} + g_{23})\,U_2 - g_{23}U_3, \\ I_3 = -g_{31}U_1 - g_{32}U_2 + (g_{30} + g_{31} + g_{32})U_3, \end{cases}$$

a cărui matrice :

$$\begin{bmatrix} g_{10} + g_{12} + g_{13} & -g_{12} & -g_{13} \\ -g_{12} & g_{20} + g_{21} + g_{23} & -g_{23} \\ -g_{31} & -g_{32} & g_{30} + g_{31} + g_{32} \end{bmatrix}$$

are următoarele proprietăți :

a) fiecare din coeficienții de pe diagonală este mai mare ca suma modulelor celorlalți doi coeficienți de pe linia sau coloana corespunzătoare :

$$(20)\qquad (g_{k0} + \sum_{k} g_{ki}) \geqslant |\sum_{k} g_{ki}|;$$

b) coeficienții laterali ai matricei sînt negativi ;

c) matricea sistemului este simetrică ($g_{ik} = g_{ki}$).

Aceste condiții restrictive sînt obligatorii pentru sistemul studiat.

Revenind la procesul reflexiilor multiple descris în § **2.1** pentru cazul simplificat (v. fig. 1), se aduce sistemul (7) la forma :

$$(21)\quad \begin{cases} \dfrac{\Phi_1'}{S_1} = \dfrac{1}{\gamma_1 S_1 \rho_1'}(\rho_1'\Phi_1) - \dfrac{u_{21'}}{S_1}(\rho_2\Phi_2) - \dfrac{u_{31'}}{S_1}(\rho_3\Phi_3), \\ \dfrac{\Phi_2'}{S_2} = -\dfrac{u_{1'2}}{S_2}(\rho_1'\Phi_1) + \dfrac{1}{\gamma_2 S_2 \rho_2}(\rho_2\Phi_2) - \dfrac{u_{32}}{S_2}(\rho_3\Phi_3), \\ \dfrac{\Phi_3'}{S_3} = -\dfrac{u_{1'3}}{S_3}(\rho_1'\Phi_1) - \dfrac{u_{23}}{S_3}(\rho_2\Phi_2) + \dfrac{1}{\gamma_3 S_3 \rho_3}(\rho_3\Phi_3). \end{cases}$$

Matricea sistemului are forma :

$$(22)\quad \begin{bmatrix} \dfrac{1}{\gamma_1 S_1 \rho_1'} & -\dfrac{u_{21'}}{S_1} & -\dfrac{u_{31'}}{S_1} \\ -\dfrac{u_{1'2}}{S_2} & \dfrac{1}{\gamma_2 \rho_2 S_2} & -\dfrac{u_{32}}{S_2} \\ -\dfrac{u_{1'3}}{S_3} & -\dfrac{u_{23}}{S_3} & \dfrac{1}{\gamma_3 \rho_3 S_3} \end{bmatrix}.$$

Este necesar să se verifice dacă această matrice satisface proprietățile matricei (19). Proprietatea a) este satisfăcută odată cu inegalitatea

$$\frac{1}{\gamma_i S_i \rho_i} \geqslant \left| \sum_k \frac{u_{ki}}{S_i} \right| \quad \text{deci} \quad \frac{1}{\gamma_i S_i} \geqslant \left| \sum_k u_{ki} \right|.$$

Dar $|\sum u_{ki}| > 1$, deci rămîne de arătat că $1/\gamma_i \rho_i > 1$, ceea ce se verifică pentru fiecare din cele trei linii. Proprietatea b) este, în mod evident, verificată. Proprietatea c) se justifică pe baza teoremei reciprocității :

$$\frac{u_{21'}}{S_1} = \frac{u_{32} S_3/S_2}{S_1} = \frac{u_{1'2}}{S_2} \quad \text{și} \quad \frac{u_{23}}{S_3} = \frac{u_{32} S_3/S_2}{S_3} = \frac{u_{32}}{S_2}.$$

În concluzie, schema electrică din fig. 3 modelează procesul reflexiilor multiple între trei suprafețe și se dovește a fi corespunzătoare pentru calculul instalațiilor de iluminat. Comparînd matricele (19) și (22) se deduc valorile elementelor schemei electrice :

$$(23)\quad \begin{aligned} g_{12} = g_{23} = \frac{u_{1'2}}{S_3} \cdot \frac{i}{2}, \quad g_{13} = \frac{u_{1'3}}{S_3}, \quad g_{10} = \frac{1}{S_3}\left[\frac{1}{\rho_1'} - \left(u_{1'3} + u_{1'2}\frac{i}{2}\right)\right], \\ g_{20} = \frac{i}{S_3}\left(\frac{1}{2\gamma_2\rho_2} - u_{1'3}\right), \quad g_{30} = \frac{1}{S_3}\left[\frac{1}{\rho_3} - \left(u_{1'3} + u_{1'2}\frac{i}{2}\right)\right]. \end{aligned}$$

Valorile curenților din nodurile i ale circuitelor se calculează cu relațiile :

$$(24)\quad I_1 = \frac{\Phi_1'}{S_1}, \quad I_2 = \frac{\Phi_2'}{S_2}, \quad I_3 = \frac{\Phi_3'}{S_3}.$$

3.2. Realizarea schemei

Pentru injectarea curenților în noduri se vor folosi surse exterioare cu rezistență internă mult mai mare ca rezistența echivalentă a elementelor schemei modelului. Această condiție este necesar a fi satisfăcută pentru a putea păstra curenții constanți în cazul schimbării parametrilor schemei. Se utilizează trei surse stabilizate de curent [6], realizate cu cîte un tranzistor BC 107, o diodă Dz 309 și rezistențele necesare pentru a obține corect punctul de funcționare.

Schema realizată este redată în fig. 5. Alimentarea celor trei surse stabilizate a fost realizată de la o sursă reglabilă de curent continuu cu $U_r = 24 \ldots 27$ V. Tensiunile din nodurile *1*, *2*, *3* sînt proporționale cu fluxurile stabilizate pe tavan, pereți, podea.

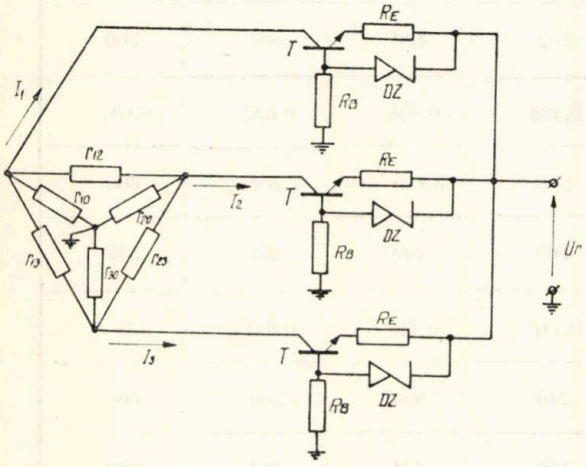


Fig. 5

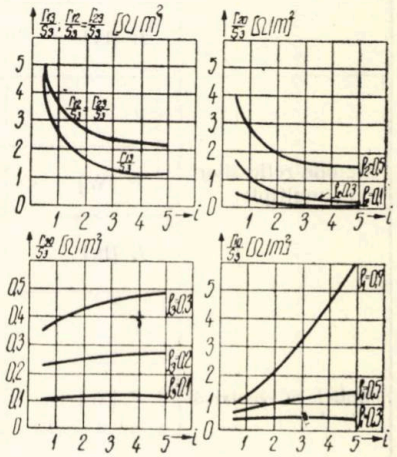


Fig. 6

Pentru a lucra cu curenți de ordinul miliamperilor s-a aplicat un coeficient de scară $K = 10^{-4}$. De asemenea pentru a ușura determinarea rezistențelor modelului electric s-au calculat curbele de variație ale rapoartelor dintre rezistențe și S_3, funcție de indicele de local (fig. 6). Dar graficul pentru $r_{10}/S_3 = f(i)$ este doar orientativ căci r_{10} depinde de ρ_1' și nu de ρ_1, așa cum s-a considerat.

4. Rezultate experimentale. Concluzii

S-au efectuat calcule pentru patru cazuri diferite de instalații de iluminat interior, prin metoda obișnuită a coeficientului de utilizare, a reflexiilor multiple și modelare electrică. Rezultatele au fost consemnate în tabelul 1.

Tabelul 1

		Cazul 1	Cazul 2*a*	Cazul 2*b*	Cazul 3
ρ_1, ρ_2, ρ_3		0,5 ; 0,3 ; 0,3	0,5 ; 0,3 ; 0,3	0,5 ; 0,3 ; 0,1	0,7 ; 0,5 ; 0,3
$i = \frac{0{,}2a + 0{,}8b}{h}$; $i = \frac{ab}{h(a+b)}$		1,55 ; 0,823	4,52 ; 2,64	4,52 ; 2,64	3,2 ; 1,71
Metoda coeficienților de utilizare	*u*	0,263	0,44	0,44	0,317
	P [W]	240	6 240	6 240	1 200
	E [lx]	152	300	300	306
Metoda reflexiilor multiple	*u*	0,428	0,698	0,657	0,697
	P [W]	240	3 920	4 200	600
	E [lx]	163	299	301	335
Modelare electrică	*u*	0,446	0,718	0,641	0,71
	P [W]	240	3 920	4 200	600
	E [lx]	170	304	294	342
P [%]		0	37,2	32,7	50

Se pot trage următoarele concluzii:

a) Rezultatele obținute pe model electric sînt foarte apropiate de cele obținute prin calcul.

b) Pentru a realiza un anumit nivel de iluminare medie, puterea instalată, impusă de metoda reflexiilor multiple, este mai mică decît cea cerută prin metoda clasică a coeficientului de utilizare. Această diferență este consecința valorii mai mari a coeficientului *u* obținută prin considerarea tuturor reflexiilor. Diferența de putere menționată crește cu dimensiunile încăperii și cu coeficienții de reflexie (v. cazurile 2*a*, 2*b*, 3). În cazul 1, în care dimensiunile încăperii și coeficienții de reflexie au valori reduse, nu s-a realizat o economie de putere

instalată. Totuşi, pe baza creşterii coeficientului de utilizare, u, calculat prin metoda reflexiilor multiple, s-au putut înlocui lămpile de culoare 3 cu lămpi de culoare 3X, mult mai recomandate pentru iluminatul interior.

Primită la 26 februarie 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizările energiei electrice şi automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Епанешников М. М., *Расчет осветительных установок с учетом многократных отражении.* Светотехника, *1* (1959).
2. Епанешников М. М., *Расчет коеффициента использования светового потока осветительной установки.* Светотехника, *4* (1959).
3. Епанешников М. М., *Расчет средней светности потолка и стен при проектировании осветительной установки.* Светотехника, *12* (1959).
4. Епанешников М. М., Ундасынов Г. Н., *Расчет осветительных установок на электрических моделях.* Светотехника, *3* (1963).
5. Gheorghiu N., Militaru P., *Teoria şi practica iluminatului electric.* Ed. Tehn., Buc., 1970
6. Felea I., *Circuite cu tranzistoare în industrie. Proiectare. Scheme.* Vol. II, Ed. Tehn., Buc., 1964.

ФОТОМЕТРИЧЕСКИЙ РАСЧЕТ УСТАНОВОК ВНУТРЕННЕГО ОСВЕЩЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ

(Резюме)

Дается краткое изложение метода многократных отражений, используемого для расчета внутреннего освещения. При этом определяется система уравнений, которая приводит к решению вопроса. Исследуется электрическая схема, для которой определяется система уравнений. Основываясь на эквивалентности вышеупомянутых двух систем делается вывод что исследуемая схема представляет собой электрическую модель для фотометрических расчетов. Описывается выполненая модель и дается несколько примеров соответствующего расчета.

Nr. coli de tipar 6,25

Intreprinderea poligrafică Iaşi
Str. Vasile Alecsandri nr. 6 Iaşi
Comanda nr. 16
REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMÂNIA

1977 JAN

40822

F 1503/3

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 3—4

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1976

BIBLIOTECA CENTRALĂ A UNIVERSITĂȚII TEHNICE GHEORGHE ASACHI DIN IAȘI

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI

Tomul XXII (XXVI)

Fasc. 3—4

SECŢIA III ELECTROTEHNICĂ
ELECTRONICĂ
AUTOMATIZĂRI

1976

COLEGIUL DE REDACȚIE

Prof. em. dr. doc. GH. ALEXA, prof. em. ing. D. ATANASIU, prof. ing. C. CALISTRU,
prof. ing. T. GOLGOȚIU, prof. dr. doc. D. MANGERON (secretar),
conf. dr. ing. A. MARCHIȘ, prof. dr. doc. D. RUSU,
acad. prof. dr. doc. CRISTOFOR SIMIONESCU (președinte)

COMITETUL DE REDACȚIE AL SECȚIEI

III. ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

Prof. dr. doc. N. V. BOȚAN
Prof. dr. ing. D. BĂRBULESCU
Prof. dr. ing. LEOPOLD SEBASTIAN

REDACȚIA

Prof. dr. doc. D. MANGERON (redactor responsabil)
Prof. dr. ing. HUGO ROSMAN (secretar)

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА

Tomul XXII (XXVI), fasc. 3–4 1976

Secţia III

ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

SUMAR

Pag.

H. ROSMAN, Relaţii energetice în circuite parametrice (engl., rez. rom.) . . . 7

GH. SAVIN şi M. GROVU, Oscilaţii electromecanice întreţinute cu ajutorul circuitelor neliniare active (germ., rez. rom.) 11

N. POEATĂ, Metodă îmbunătăţită de analiză armonică cu ajutorul calculatoarelor numerice (engl., rez. rom.) 25

P. LEONTE şi I. HRISTODORESCU, Studiul unui mecanism feromagnetic magnetizat ortogonal, cu ajutorul calculatorului cifric (rom., rez. germ.) . . . 29

I. BERGMAN, Consideraţii privind proiectarea generatoarelor trifazate cu colector autoexcitate (germ., rez. rom.) 35

S. HARGHEL, Asupra posibilităţilor de aplicare a comutaţiei statice la motorul cu repulsie (germ., rez. rom.) 39

M. VOICU, Regimul deformant ca proces stochastic. Schema echivalentă generală a reţelei electrice industriale,sediu al regimului deformant (germ., rez. rom.) 45

V. MUNTEANU şi N. ALEXANDRU, Sinteza sistemelor automate liniare cu parametri variabili în timp (II) (engl., rez. rom.) 51

S. CABA, Un algoritm de sinteză structurală a schemelor combinaţionale, pe baza grafului asociat (rom., rez. franc.) 57

I. MĂRGĂRINT şi GH. LIVINŢ, Contribuţii la stabilirea valorii alunecării nominale optime pentru acţionările electrice cu volant (rom., rez. franc.) . 63

D. MICU şi M. MICU, Cîteva consideraţii asupra unui invertor cu stingere independentă a tiristoarelor principale (franc., rez. rom.) 71

D. IVAS şi M. ILINCA, Contribuţii la determinarea structurii optime a sistemelor de alimentare cu energie electrică a consumatorilor industriali (engl., rez. rom.) 81

L. PREDA, E. VOINEA şi V. NAGACEVSKI, Expresiile analitice ale puterilor din circuitele primare (trifazate fără nul) ale centralelor şi staţiilor electrice, în cazul nesimetriei totale (franc., rez. rom.) 87

R. FLORESCU, GH. SAVITESCU şi CL. BOTEZ, Asupra calculului iluminării în instalaţiile echipate cu panouri luminoase dreptunghiulare (franc., rez. rom.) 95

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXII (XXVI), Fasc. 3—4 1976

Section III

ELECTROTECHNICS. ELECTRONICS. AUTOMATION

CONTENTS

Pp.

H. ROSMAN, Energy Relations in Parametric Networks (English, Romanian summary) 7

GH. SAVIN und M. GROVU, Elektromechanische Schwingungen die mit nichtlinearen aktiven Netzwerken selbsterregt werden (German, Romanian summary) 11

N. POEATĂ, Improved Method for Harmonic Analysis on Digital Computers (English, Romanian summary) 25

P. LEONTE und I. HRISTODORESCU, Das Studium eines orthogonal magnetisierten Mechanismes, mit Hilfe des Digitalrechner (Romanian, German summary) 29

I. BERGMAN, Betrachtungen über den Entwurf der selbsterregten Drehstromstromwendergenerator (German, Romanian summary) 35

S. HARGEL, Über die Anwendungsmöglickeiten der statischen Kommutation beim monophasischen Repulsionsmotor (I) (German, Romanian summary) 39

M. VOICU, Verzerrungsbetrieb als stochastischer Prozeß. Eine allgemeine äquivalente Schaltung des elektrischen industriellen Netzwerkes, Unterlage des Verzerrungsbetriebes (German, Romanian summary). 45

V. MUNTEANU and N. ALEXANDRU, The Synthesis of Automatic Linear Systems with Time-varying Parameters (II) (English, Romanian summary) 51

S. CABA, Algorithme de synthèse structurale des schémas combinatoires à l'aide du graphe associé (Romanian, French summary) 57

I. MĂRGĂRINT et GH. LIVINŢ, Contribution à l'établissement de la valeur nominale optimum du glissement pour les commandes électriques à volant (Romanian, French summary) 63

D. MICU et M. MICU, Quelques considérations sur un inverteur avec extinction indépendente des thyristors principaux (French, Romanian summary). . 71

D. IVAS and M. ILINCA, Contribution to the Determination of the Optimal Structure of the Industrial Consumers Feed Systems with Electrical Energy (English, Romanian summary) 81

L. PREDA, E. VOINEA et V. NAGACEVSKI, Les expressions analytiques des puissances des circuits primaires (triphasés sans nul) des centrales et stations électriques dans le cas de l'asymétrie totale (French, Romanian summary) . 87

R. FLORESCU, GH. SAVITESCU et CL. BOTEZ, Sur le calcul de l'éclairement dans les installations munies avec des panneaux lumineux rectangulaires (French, Romanian summary) 95

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
BULLETIN OF THE POLYTECHNIC INSTITUTE OF JASSY
ИЗВЕСТИЯ ЯССКОГО ПОЛИТЕХНИЧЕСКОГО ИНСТИТУТА
Том XXII (XXVI), Вып. 3—4 **1976**

Секция III

ЭЛЕКТРОТЕХНИКА. ЭЛЕКТРОНИКА. АВТОМАТИКА

СОДЕРЖАНИЕ

	Стр.
Г. РОСМАН, Энергетические соотношение в параметрических цепях (англ., рез. рум.)	7
Г. САВИН и М. ГРОВУ, Электромеханические колебания установлены с помощи нелинейных активных цепей (нем., рез. рум.)	11
Н. ПОЕАТЭ, Улучшенный метод для гармонического анализа на быстродеиствующих вычислительных машинах (англ., рез. рум.)	25
П. ЛЕОНТЕ и И. ХРИСТОДОРЯНУ, Исследование ферромагнитного механизма с ортогональным намагничиванием, при помощи вычислительной цифровой машины (рум., рез. нем.)	29
И. БЕРГМАН, О проектировании самовозбужденного трехфазного коллекторного генератора (нем., рез. рум.)	35
С. ХАРГЕЛ, К возможности применения электронной коммутации к репульсионному двигателю (нем., рез. рум.)	39
М. ВОЙКУ, Деформирующий режим как стихийный процесс. Эквивалентная общая схема промышленной электросети, как источник деформирующего режима (нем., рез. рум.)	45
В. МУНТЯНУ и Н. АЛЕКСАНДРУ, Синтез линейных автоматических систем с переменными параметрами (II) (англ., рез. рум.)	51
С. КАБА, Альгоритм структурального синтеза комвинациональных схем на основе асоциированого графа (рум., рез. франц.)	57
Ю. МЭРГЭРИНТ и Г. ЛИВИНЦ, Соображения в связи с установлением номинального оптимального скольжения для электропривода с маховиком (рум., рез. франц.)	63
Д. МИКУ и М. МИКУ, Несколько соображений относительного инвертера с самостоятельным затуханием главных тиристоров (франц., рез. рум.)	71
Д. ИВАС и М. ИЛИНКА, К определению оптимальной структуры систем электроснабжения промышленных потребителей (англ., рез. рум.)	81
Л. ПРЕДА, Е. ВОИНЯ и В. НАГАЧЕВСКИЙ, Аналитические выражения мощностей первичных трехфазных (без нулевых) цепей электрических станций и подстанций при польной несиметрии (франц., рез. рум.)	87
Р. ФЛОРЕСКУ, Г. САВИТЕСКУ и КЛ. БОТЕЗ, В связи с расчетом освещения в установках оборудованых прямоугольными светящимисия щитами (франц., рез. рум.)	95

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3–4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.C. 621.373.93

ENERGY RELATIONS IN PARAMETRIC CIRCUITS

BY

HUGO ROSMAN

Dedicated to Profesor D. I. MANGERON on his 70-th anniversary

1. In a parametric circuit the transfer of active power from one harmonic to another can be estimated, under rather weak restrictive conditions, by aid of Manley-Rowe relations [1]. We showed in a previous paper [2] that Manley-Rowe relations and other ones generalizing them, originate in certain fundamental relations which we called „primitive (generating) Manley-Rowe relations". In fact such relations are satisfied by any pair of scalar or vector functions, double-periodic w. r. t. the same independent variable and having the same periods.

The aim of this paper is to prove that such functions satisfy a series of other interesting relations out of which the primitive (generating) Manley-Rowe relations can be obtained as particular cases. The so established relations can play a certain role in the study of energy balance in parametric devices.

2. Consider two scalar or vector functions $f(t)$ and $g(t)$, double periodic w. r. t. the same independent variable and having the same periods, $T_1 = 2\pi/\omega_1$, $T_2 = 2\pi/\omega_2$. Under certain conditions, assumed as satisfied [3], such functions can be expanded into double Fourier series:

$$(1)\qquad \begin{cases} f(t) = \sum\limits_{p=-\infty}^{\infty} \sum\limits_{q=-\infty}^{\infty} \underline{F}_{p,q} e^{j(p\omega_1+q\omega_2)t}, \\ g(t) = \sum\limits_{p=-\infty}^{\infty} \sum\limits_{q=-\infty}^{\infty} \underline{G}_{p,q} e^{j(p\omega_1+q\omega_2)t}, \end{cases}$$

where

$$(2)\qquad \begin{cases} \underline{F}_{p,q} = \dfrac{1}{4\pi^2} \displaystyle\int_0^{2\pi} d(\omega_2 t) \int_0^{2\pi} f(t) e^{-j(p\omega_1+q\omega_2)t}\, d(\omega_1 t), \\ \underline{G}_{p,q} = \dfrac{1}{4\pi^2} \displaystyle\int_0^{2\pi} d(\omega_2 t) \int_0^{2\pi} g(t) e^{-j(p\omega_1+q\omega_2)t} d(\omega_2 t). \end{cases}$$

Coefficients $\underline{F}_{p,q}$, $\underline{G}_{p,q}$ satisfy the relations:

$$(3) \qquad \underline{F}_{p,q} = \underline{F}^*_{-p,-q}, \ \underline{F}_{-p,-q} = \underline{F}^*_{p,q}; \ \underline{G}_{p,q} = \underline{G}^*_{-p,-q}, \ \underline{G}_{-p,-q} = \underline{G}^*_{p,q}$$

such that:

$$(4) \qquad \begin{cases} \mathcal{R}e(\underline{F}_{-p,-q}\underline{G}^*_{-p,-q}) = \mathcal{R}e(\underline{F}^*_{p,q}\underline{G}_{p,q}) = \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}), \\ \mathcal{I}m(\underline{F}_{-p,-q}\underline{G}^*_{-p,-q}) = \mathcal{I}m(\underline{F}^*_{p,q}\underline{G}_{p,q}) = -\mathcal{I}m(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}). \end{cases}$$

3. Consider the arbitrary functions $\varphi(p, q)$, $\psi(p, q)$, the first even and the second odd w. r. t. the summation indices p, q:

$$(5) \qquad \varphi(p, q) = \varphi(-p, -q), \ \psi(p, q) = -\psi(-p, -q)$$

and form the expressions

$$(6) \qquad \begin{cases} A = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p, q)\, \mathcal{R}e\,(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}), \\ B = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \varphi(p, q)\, \mathcal{I}m\,(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}). \end{cases}$$

By splitting the summation domain, for instance w. r. t. p, expression (6_1) can be written as follows:

$$(7) \quad A = \sum_{p=-\infty}^{0} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\, \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}) + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\, \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}).$$

We now substitute, in the first term of the right member of (7), p and q with $-p$ and $-q$ respectively, and obtain:

$$(8) \qquad \begin{aligned} A = & \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(-p,\ -q)\, \mathcal{R}e(\underline{F}_{-p,-q}\underline{G}^*_{-p,-q}) + \\ & + \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\, \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}). \end{aligned}$$

By virtue of relations (4_1) and (5_1),

$$(9) \qquad \begin{aligned} & \sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(-p,\ -q)\, \mathcal{R}e\,(\underline{F}_{-p,-q}\underline{G}^*_{-p,-q}) = \\ & = -\sum_{p=0}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\ \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\underline{G}^*_{p,q}) \end{aligned}$$

such that

$$(10) \qquad A = 0.$$

In a similar way we can prove that

$$B = 0, \tag{11}$$

or taking into account (6), we obtain the remarcable relations :

$$\begin{cases} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\, \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\, \underline{G}^{*}_{p,q}) = 0, \\ \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \varphi(p,\ q)\, \mathcal{I}m(\underline{F}_{p,q}\, \underline{G}^{*}_{p,q}) = 0. \end{cases} \tag{12}$$

It is easy to see that if $\psi(p,\ q) = p$, with the help of (12_1) one can find the primitive (generating) Manley-Rowe relations :

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} p\, \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q}\, \underline{G}^{*}_{p,q}) = 0 \tag{13}$$

established for the first time in [4]. Consequently it is natural to call expressions (12), *generalized primitive* (generating) *Manley-Rowe relations.*

4. If we associate $f(t)$ to a voltage and $g(t)$ to a current, both of them double-periodic, of the form :

$$\begin{cases} u(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \underline{U}_{p,q}\, e^{j(p\omega_1 + q\omega_2)t}, \\ i(t) = \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \underline{I}_{p,q}\, e^{j(p\omega_1 + q\omega_2)t} \end{cases} \tag{14}$$

and introduce the notations :

$$\mathcal{R}e(\underline{U}_{p,q}\, \underline{I}^{*}_{p,q}) = \underline{P}_{p,q}\,, \quad \mathcal{I}m(\underline{U}_{p,q}\, \underline{I}^{*}_{p,q}) = Q_{p,q}\,, \tag{15}$$

where $P_{p,q}$ represent active power and $Q_{p,q}$ — reactive power exchanged between the harmonics of order p and q, the following relations result :

$$\sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\ \underline{P}_{p,q} = 0, \quad \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \varphi(p,\ q)\, Q_{p,q} = 0. \tag{16}$$

Such relations can have applications in the study of parametric circuits.

5. By proceeding as in § 2 one can establish also the relations :

$$\begin{cases} \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \psi(p,\ q)\ \mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q+l}\, \underline{G}^{*}_{p,q}) = 0, \\ \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} \varphi(p,\ q)\, \mathcal{I}m(\underline{F}_{p,q+l}\, \underline{G}^{*}_{p,q}) = 0, \end{cases} \tag{17}$$

$$(l = -\infty, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, \infty).$$

In the particular case when $\psi(p, q) = p$, the expression (17_1) gives the relation :

$$(18) \quad \sum_{p=-\infty}^{\infty} \sum_{q=-\infty}^{\infty} p\mathcal{R}e(\underline{F}_{p,q+l}\,\underline{G}^{*}_{p,q}) = 0, \quad (l = -\infty, \ldots, -1, 0, 1, \ldots \infty),$$

established by Kontorovitch [5].

Received, April 15, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electrotechnics,
Electrical Measurements and Machines

REFERENCES

1. Manley J. W., Rowe H. E., *Some General Properties of Nonlinear Elements. I. General Energy Relations.* Proc. of the I. R. E., **44**, 7, 904—913 (1956).
2. Rosman H., *Manley-Rowe Beziehungen betreffs die Augenblickswirkleistung.* Bul. Inst. polit. Iaşi, **XIX (XXIII)**, *3—4*, s. III, 9—16 (1973).
3. Tolstov G. P., *Serii Fourier*, (transl. from Russian). Ed. Tehn., Buc., 1955, Ch. VII.
4. Rosman H., *Über die Manley-Rowe Beziehungen.* XIV. Internat. Wiss. Koll., TH Ilmenau, 23—28 (1969).
5. Конторович М. И., *О соотношениях Мелли и Роу и об одном их обобщении.* Радиотехника, **22**, *8* (1967).

RELAŢII ENERGETICE ÎN CIRCUITE PARAMETRICE

(Rezumat)

Se demonstrează că orice pereche de funcţii scalare sau vectoriale, dublu-periodice în raport cu aceleaşi variabile independente şi de aceleaşi perioade, satisfac *relaţiile Manley-Rowe primitive* (generatoare) *generalizate* (12), unde $\varphi(p, q)$ este o funcţie pară iar $\psi(p, q)$ o funcţie impară în raport cu p şi q.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K.584.

ELEKTROMECHANISCHE SCHWINGUNGEN DIE MIT NICHTLINEAREN AKTIVEN NETZWERKEN SELBSTERREGT WERDEN

VON

GH. SAVIN und M. GROVU

1. Bedingungen für das Auftreten von Eigenschwingungen in nichtlinearen Netzwerken

Ein nichtlineares Netzwerk, in welchem Eigenschwingungen auftreten können, ist in Abb. 1 dargestellt. Die Kennlinie des nichtlinearen Widerstandes muß einen abfallenden Ast (mit negativem dynamischem Widerstand) besitzen, wie er in Abb. 2 gezeigt wird. Die Tunneldiode ist ein Beispiel für einen derartigen nichtlinearen nichtgesteurten Widerstand.

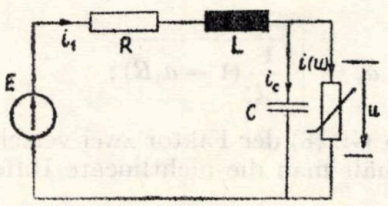


Abb. 1

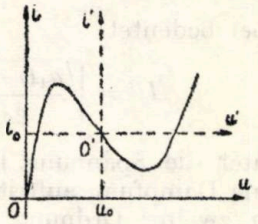


Abb. 2

Werden die Kirchhoffschen Sätze auf das Netzwerk aus Abb. 1 angewendet, so erhält man:

$$(1)\quad i_1 = i_c + i(u) = C\frac{du}{dt} + i(u), \qquad (2)\quad E = Ri_1 + L\frac{di_1}{dt} + u.$$

Nach Einsetzung von Gl. (1) in Gl. (2) ergibt sich die Differentialgleichung

$$(3)\quad LC\frac{d^2u}{dt^2} + \left(RC + L\frac{di}{du}\right)\frac{du}{dt} + Ri + u = E.$$

Durch Verschiebung der Koordinatenachsen in einen möglichen Arbeitspunkt (O'—Abb. 2) kann die Widerstandskennlinie durch die Funktion:

(4) $$i' = -a_1 u' + a_3 u'^3$$

angenähert werden. Dabei bedeutet:

(5) $$i' = i - i_0, \quad u' = u - u_0.$$

Setzt man Gl. (5) in Gl. (4) ein, dann ergibt sich

(6) $$i - i_0 = -a_1 (u - u_0) + a_3 (u - u_0)^3.$$

Hieraus erhält man durch Differentiation nach u:

(7) $$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}u} = -a_1 + 3a_3 (u - u_0)^2.$$

Führt man die Gl. (5) ... (7) in Gl. (3) ein, so entsteht

(8) $$LC \frac{\mathrm{d}^2 u'}{\mathrm{d}t^2} + (RC - a_1 L + 3a_3 L u'^2) \frac{\mathrm{d}u'}{\mathrm{d}t} + u'(1 - a_1 R) + R a_3 u'^3 = 0,$$

wenn man noch die Bedingung

(9) $$R i_0 + u_0 = E$$

für das statische Verhalten des Netzwerks im Arbeitspunkt berücksichtigt.

Man führt jetzt die normierten Größen bzw. Konstanten

(10) $$y = \frac{u'}{U'}, \quad \tau = \omega_r t, \quad \varepsilon = \frac{1}{\omega_r C} \left(a_1 - \frac{RC}{L} \right), \quad \rho = \frac{R a_3}{1 - a_1 R} U'^2$$

ein. Dabei bedeutet

(11) $$U' = \sqrt{\frac{a_1 L - RC}{3 a_3 L}}, \quad \omega_r = \sqrt{\frac{1}{LC} (1 - a_1 R)};$$

U' bedeutet die Spannung, für die in Gl. (8) der Faktor zwei verschwindet, d. h. keine Dämpfung auftritt. So erhält man die nichtlineare Differentialgleichung zweiter Ordnung

(12) $$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} - \varepsilon (1 - y^2) \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + y + \rho y^3 = 0.$$

Die Gl. (12) ist vom van der Polschen Typ mit zwei nichtlinearen Gliedern.

Wenn der Widerstand R gleich Null ist, dann nimmt die Gleichung die Form der klassischen van der Polschen Gleichung an:

(13) $$\frac{\mathrm{d}^2 y}{\mathrm{d}\tau^2} - \varepsilon (1 - y^2) \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}\tau} + y = 0.$$

Durch die Variablensubstitution

(14) $$z = \int y \, \mathrm{d}\tau, \quad \text{d.h.} \quad y = \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}\tau}$$

und durch anschliessende Integration der neuen Gleichung erhält man die Rayleighsche Gleichung:

$$\frac{d^2z}{d\tau^2} - \varepsilon\left[\frac{dz}{d\tau} - \frac{1}{3}\left(\frac{dz}{d\tau}\right)^3\right] + z = 0. \tag{15}$$

Mit Hilfe der Differentialgleichungen (12), (13), (15) kann man auf sehr einfache Weise die Erscheinung der selbsterregten Schwingungen in nichtlinearen Netzwerken beschreiben. Diese Gleichungen können durch analytische Näherungsmethoden (wie Perturbation, van der Polsche, Krîlow-Bogoljubowsche Methode, Variations methoden u.a.) integriert werden. Zur Zeit werden bei Verwendung von Computern fast ausschließlich die numerischen Verfahren verwendet.

Von praktischer Bedeutung ist auch die Methode des Zustandsraums, die hier eine qualitative Lösung der Zustandsgleichungen auf verhältnismässig einfache Weise zu bestimmen erlaubt. Um die Trajektorien zu gewinnen, verwendet man gewöhnlich die Methode der Isoklinen. Hierzu wird folgende Substitution durchgeführt:

$$\frac{dy}{d\tau} = x, \quad \frac{d^2y}{d\tau^2} = \frac{dx}{dy}x. \tag{16}$$

Die Trajektorien $x = f(\dot{x})$ münden schnell in einen Grenzzyklus ein, unabhängig von den Anfangsbedingungen. Die zeitliche Bezifferung des Grenzzyklus, d. h. die Form des stationären Antwortssignals einschließlich dessen Periode werden nachher mit grapho-analytischen Näherungsmethoden bestimmt.

In Abb. 3 *a* und 3 *b* ist die Signalsform $y(\tau)$, die aus dem Grenzzyklus gewonnen wurde, für zwei Werte von ε und fünf Werte von μ dargestellt [1]. Wen ε sehr grosse Werte annimmt, ist die Signalsform $y(\tau)$ sehr abgeflacht (Abb. 3 *b*). Infolgedessen ist der Signalverlauf zwischen zwei Nulldurchgängen glatt, und man kann daher das Glied $d^2y/d\tau^2$ im Vergleich zu den anderen vernachlässigen. Führt man die Variableänderungen

$$y = \varepsilon\eta, \quad \tau = \varepsilon\tau' \tag{17}$$

in Gl. (12) ein, dann ergibt sich die Differentialgleichung

$$\frac{d^2\eta}{\varepsilon d\tau'^2} - \varepsilon(1 - \varepsilon^2\eta^2)\frac{d\eta}{d\tau'} + \varepsilon\eta + \rho\varepsilon^3\eta^3 = 0. \tag{18}$$

Wählt man jetzt den Parameter ε sehr groß, so ergibt sich

$$-\varepsilon(1 - y^2)\frac{dy}{d\tau} + y + \rho y^3 = 0, \tag{19}$$

wen man zu den Ausgangsvariablen zurückkehrt.

Dürch die Differentialgleichung (19) wird die normierte Spannung u des Netzwerks nach Abb. 4 beschrieben. Dieses Netzwerk stimmt mit dem aus Abb. 1 überein, sofern C und damit i_c vernachlässigbar sind.

Die Gl. (19) kann geschlossen integriert werden [1].

Die Erscheinung der selbsterregten Schwingungen folgt aus der Existentz eines oder mehrerer instabiler Arbeitspunkte. Die lokale Stabilität bei kleinen Abweichungen um den Arbeitspunkt kann mit Hilfe der ersten Me-

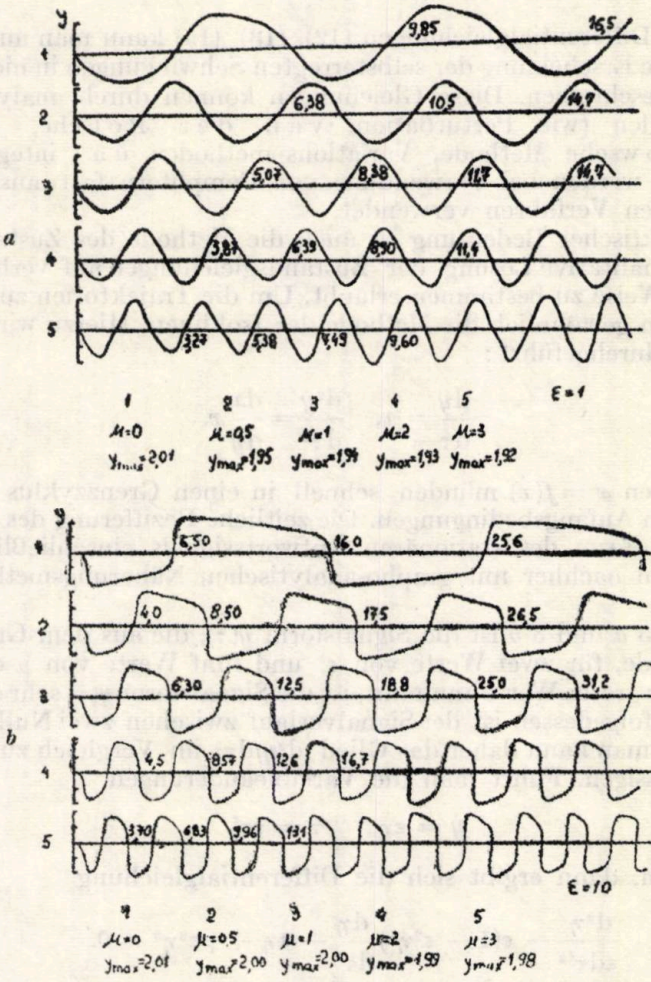


Abb. 3

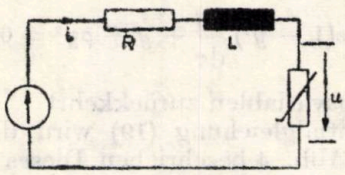


Abb. 4

thode von L j a p u n o w untersucht werden. Das Netzwerk wird linearisiert, indem der nichtlineare Widerstand durch einen linearen ersetzt wird, dessen Wert gleich dem dynamischen Widerstand im betrachteten Arbeitspunkt gesetzt wird. So ändern sich die Schaltungen auss Abb. 1 und 4, wie es in Abb. 5 *a* bzw. in Abb. 5 *b* gezeigt wird.

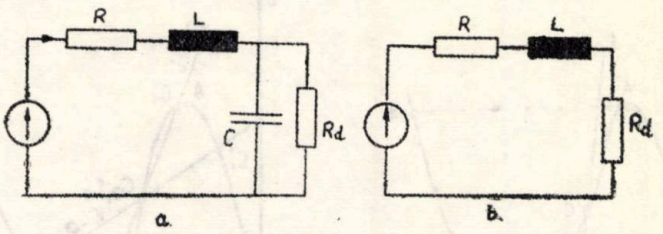


Abb. 5

Um die charakteristische Gleichung der Netzwerke aus Abb. 5 möglichst einfach zu gewinnen, setz man die Impedanzen der Zweipole gleich Null. Auf diese Weise erhält man für das Netzwerk aus Abb. 5 *a* die charakteristische Gl.

$$s^2 + \frac{L + CRR_d}{CLR_d} s + \frac{R + R_d}{CLR_d} = 0. \tag{20}$$

Die Wurzeln der charakteristischen Gleichung können reell oder konjugiert komplex sein. Damit das Netzwerk stabil ist, müssen die Wurzeln oder deren Realteile negativ sein. Dies ist genau dann sichergestellt, wenn die Koeffizienten in Gl. (20) positiv sind, d.h.

$$\frac{L + CRR_d}{R_d} > 0 \quad \text{und} \quad \frac{R + R_d}{R_d} > 0 \tag{21}$$

gilt.

Für das Netzwerk aus Abb. 5 *b* lautet die charakteristische Gleichung

$$sL + R + R_d = 0 \tag{22}$$

und das Netzwerk ist stabil, wenn

$$R + R_d > 0. \tag{23}$$

2. Schwingungsarten, die in einfachen Netzwerken mit Tunneldioden auftreten können

Es werden im folgenden nur Netzwerke betrachtet, bei denen die Parallelkapazität der Tunneldiode vernachlässigt werden kann. Für ein solches Netzwerk existiert eine einzige Instabilitätsbedingung, die aus Gl. (23) unmittelbar folgt, und zwar

$$R < |R_d|.$$

Diese Bedingung wird nur dann erfüllt, wenn die Arbeitsgerade die nichtlineare Kennlinie im abfallenden Ast wie in Abb. 6 schneidet. Weil der Punkt C instabil ist und kein anderer Arbeitspunkt existiert, hat jede Störung die Erscheinung von Kippschwingungen zur Folge, deren Verlauf in Abb. 6 in

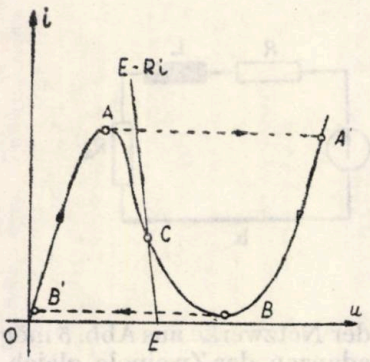


Abb. 6

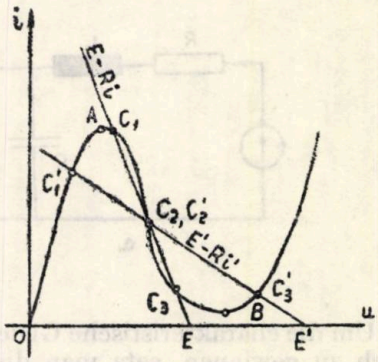


Abb. 7

der $i(u)$-Ebene durch Pfeile gezeigt wird. Diese Schwingungen wurden eingehend untersucht, und zwar im Falle, daß die Teile $B'A$ und $A'B$ der Tunneldiodekennlinie linearen oder nichtlinearen Verlauf aufweisen [2]. Es wurde festgestellt, daß der Zyklus aus zwei Teilen mit langsamen Bewegungen $B'A$ und $A'B$ sowie aus zwei Teilen mit schnellen Bewegungen AA' und BB' besteht. Die Schwingungsperiode wird daher als Summe der Zeitdauern für die langsamen Bewegungen berechnet.

Schneidet die Arbeitsgerade die nichtlineare Kennlinie in drei Punkten, wobei die in Abb. 7 angegebenen Geraden $u = E - Ri$ und $u = E' - R'i$ charakteristisch sind, dann führt die Analyse zum Folgenden.

In den Punkten C_1 und C_3 ist die Bedingung $R < |R_d|$ erfüllt; diese Arbeitspunkte sind also instabil. Im Punkte C_2 ist die Bedingung $R > |R_d|$ erfüllt, also ist dieser Arbeitspunkt stabil. Die Punkte C_1', C_2', C_3' sind alle stabil, weil in den Punkten C_1' und C_3' der dynamische Widerstand positiv ist und im Punkte C_2' die Bedingung $R > |R_d|$ befriedigt wird.

3. Verbindung zwischen den elektrischen Netzwerken, die von Differentialgleichungen erster Ordnung beschrieben werden, und mechanischen Schwingungssystemen [3]

3.1. Allgemeine Bemerkungen

Die elektromechanischen Konversionssysteme bestehen aus drei Teilen und zwar dem elektrischen System (E.S.), der Konversionsanlage (K.A.) und dem mechanischen System (M.S. — Abb. 8). In Abb. 8 wurde das Konversionssystem, zwischen das elektrische und das mechanische System geschaltet. Das elektrische System, das als einzigen Energiespeicher ein magnetisches Element enthält, wird durch die Differentialgleichung

$$E = Ri + \frac{d\psi}{dt} \tag{24}$$

beschrieben. Dabei bezeichnet ψ den magnetischen Fluß.

Wird der magnetische Fluß vom Strom, der durch das Element fließt, erzeugt, dann ergibt sich

$$\psi = L(x)i, \tag{25}$$

$$\frac{d\psi}{dt} = L(x)\frac{di}{dt} + i\frac{dL(x)}{dx}\cdot\frac{dx}{dt} \quad . \tag{25'}$$

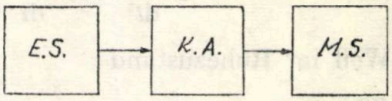


Abb. 8

Im Ausdruck (25) ist x eine verallgemeinerte geometrische Koordinate, die gewöhnlich eine Translation oder eine Rotation kennzeichnet. $L(x)\,di/dt$ ist die Teilspannung, die mit der Änderungsgeschwindigkeit des Stroms proportional ist, und $i\frac{dL(x)}{dx}\cdot\frac{dx}{dt}$ die Teilspannung, die mit der Änderungsgeschwindigkeit der verallgemeinerten Koordinate proportional ist. Beim Vorhandensein der zweiten Teilspannung wird die Energie von der elektrischen Quelle zur Konversionsanlage übertragen.

Wenn der magnetische Fluß vom Strom i und ausserdem von äusseren Quellen erzeugt wird, erhält man

$$\psi = L(x)\,i + \psi_{ext}. \tag{26}$$

Das mechanische System mit einem Freiheitsgrad der Bewegung wird durch die Differentialgleichung

$$A_1\frac{d^2x}{dt^2} + A_2\frac{dx}{dt} + A_3x = F(x, i) \tag{27}$$

beschrieben. Dabei bedeuten A_1 die verallgemeinerte Masse, A_2 der Dämpfungskoeffizient, A_3 die elastische Konstante und $F(x, i)$ die verallgemeinerte Störungskraft. $F(x, i)$ berechnet sich als partielle Ableitung der Energie des Konversionsmediums nach x (in unserem Falle ist das betrachtete Medium das magnetische Feld).

3.2. Der Fall des mechanischen System, das Torsionsschwingungen ausführt

Ein einfaches mechanisches System, das Torsionsschwingungen ausführt, ist in Abb. 9 dargestellt. Die Schwingungen des Systems werden durch die Gleichung

$$J\frac{d^2\alpha}{dt^2} + B\frac{d\alpha}{dt} + C\alpha = M(\alpha, i) \tag{28}$$

beschrieben. Unter der Vorassetzung kleiner Torsionsausschläge herrscht in jedem Punkt der senkrechten Stromleiter stets die gleiche magnetische Induktion. Daher erhält man für das magnetische Drehmoment

$$M(\alpha, i) = N\Phi_0 i. \tag{29}$$

Dabei bedeutet N die Windungszahl, i—den Strom durch den Rahmen und Φ_0 — der magnetische Fluß, der von einem Pol zum andern fließt. Bezeichnet man mit α_0 den Torsionswinkel des Rahmens für $i = i_0$ und setzt man $i = i_0 + i'$, $\alpha = \alpha_0 + \alpha'$ in die Gleichung (28) ein, so erhält man

$$J\frac{d^2\alpha'}{dt^2} + B\frac{d\alpha'}{dt} + C(\alpha' + \alpha_0) = N\Phi_0(i' + i_0). \tag{30}$$

Weil im Ruhezustand

$$C\alpha_0 = N\Phi_0 i_0 \tag{31}$$

gilt, folgt

$$J\frac{d^2\alpha'}{dt^2} + B\frac{d\alpha'}{dt} + C\alpha' = N\Phi_0 i'. \tag{32}$$

Die Kopplung zwischen dem elektrischen Netzwerk und dem mechanischen System ist gegeben durch die Kraft, die das magnetische Feld des Dauermagneten auf den Strom im Rahmen ausübt. Dadurch wird ein Drehmoment auf den Rahmen ausgeübt.

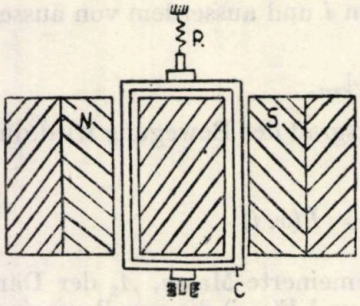


Abb. 9

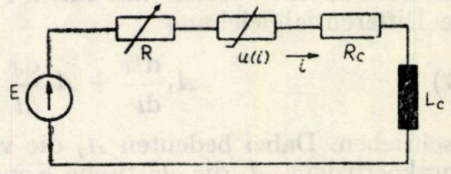


Abb. 10

Die zur Realisierung erforderlichen Teile bilden die Konversionsanlage.

Das elektrische System ist in Abb. 10 dargestellt. Es wird durch Anwendung des zweiten Kirchhoffschen Satzes folgendermassen beschrieben:

$$E = (R + R_c)i + u(i) + L_c\frac{di}{dt} + N\Phi_0\frac{d\alpha'}{dt}. \tag{33}$$

Wird der Arbeitspunkt in O' (Abb. 2) gewählt, dann kann die Gl. (33) in der Form

$$E = (R + R_c)(i' + i_0) + u' + u_0 + L_c\frac{di'}{dt} + N\Phi_0\frac{d\alpha'}{dt} \tag{34}$$

ausgedrückt werden. Die Größen R_c und L_c bedeuten den Widerstand bzw. die Induktivität des Rahmens.

Weil im Ruhezustand

$$E = (R + R_c)i_0 + u_0 \tag{35}$$

gilt, erhält man

$$(R + R_c)i' + u' + L_c\frac{di'}{dt} + N\Phi_0\frac{d\alpha'}{dt} = 0. \tag{36}$$

Im Ausdruck (36) ist der Term $L_c\, di'/dt$ die durch Selbstinduktion erhaltene Teilspannung und $N\Phi_0\, d\alpha'/dt$ die in den Rahmenleitern durch die Torsion im magnetischen Feld induzierte Teilspannung.

Ein Sonderfall der Gl. (36) ergibt sich durch Vernachlässigung des Terms $L_c\, di'/dt$, was in vielen praktischen Fällen erlaubt ist, weil die Induktivität des Rahmens vernachlässigbar ist. Man erhält dann

$$R'i' + u' + N\Phi_0\frac{d\alpha'}{dt} = 0, \tag{37}$$

mit $R' = R + R_c$.

Interessante praktische Ergebnisse ergeben sich bei der Analyse des elektromechanischen Konversionssystems, das von den Gl. (32) und (37) beschrieben wird. Setz man in (37) $i' = -a_1u' + a_3u'^3$ ein, so ergibt sich

$$\frac{d\alpha'}{dt} = -\frac{1}{N\Phi_0}[(1 - R'a_1)u' + R'a_3u'^3] \tag{38}$$

oder

$$\frac{d\alpha'}{dt} = -(Au' + Bu'^3). \tag{39}$$

Mit Hilfe der Gleichung (39) wird die Kennlinie $u' = f(d\alpha'/dt)$ angenähert. Diese ist von der Form

$$u' = -P\frac{d\alpha'}{dt} + Q\left(\frac{d\alpha'}{dt}\right)^3. \tag{40}$$

Wird jetzt in Gl. (32) die Funktion $i' = -a_1u' + a_3u'^3$ und nachher die Funktion $u' = f(d\alpha'/dt)$ nach Gl. (40) eingesetzt, so erhält man

$$J\frac{d^2\alpha'}{dt^2} + B\frac{d\alpha'}{dt} + C\alpha' = -N\Phi_0\left[-\frac{P}{R'}\cdot\frac{d\alpha'}{dt} + \frac{Q}{R'}\left(\frac{d\alpha'}{dt}\right)^3 + \frac{N\Phi_0}{R'}\cdot\frac{d\alpha'}{dt}\right] \tag{41}$$

oder

$$\frac{d^2\alpha'}{dt^2} - \frac{N\Phi_0P - BR' - N\Phi_0^2}{R'J}\left[\frac{d\alpha'}{dt} - \frac{N\Phi_0Q}{N\Phi_0P - BR' - N^2\Phi_0^2}\left(\frac{d\alpha'}{dt}\right)^3\right] + \tag{42}$$

$$+\frac{C}{J}\alpha' = 0.$$

Die Gl. (42) ist von der Form

$$\frac{d^2y}{dt^2} - \varepsilon\left[\frac{dy}{dt} - \eta\left(\frac{dy}{dt}\right)^3\right] + \mu y = 0. \tag{43}$$

Wen $\varepsilon > 0$ gilt, ist die Gl. (43) vom Rayleighschen Typ und kann im Zustandsraum durch Darstellung der Trajektorien mit Hilfe der Methode von Liénard (oder mit anderen Methoden) integriert werden. Bei der Integration im Zustandsraum ergeben sich folgende Probleme: a) Bestimmung der Singularitäten; b) Untersuchung der Existenz von Grenzzyklen mit Hilfe der Sätze von Bendixson.

a) *Bestimmung der Singularitäten.* Setzt man in der Gl. (43)

$$\frac{dy}{dt} = z, \qquad \frac{d^2y}{dt^2} = \frac{dz}{dy}z$$

ein, so erhält man

$$\frac{dz}{dy} = \frac{\varepsilon z - \varepsilon\eta z^3 - \mu y}{z} = \frac{Q(y, z)}{P(y, z)}. \tag{44}$$

Die singulären Punkte sind durch die Bedingung $dz/dy = 0/0$ kenngezeichnet. Daher erhält man als einzige Singularität den Punkt mit den Koordinaten $z = 0$, $y = 0$, also den Ursprung des Koordinatensystems.

Um die Art des singulären Punktes zu bestimmen, verwendet man im Zähler und Nenner auf der rechten Seite der Gl. (44) nur die linearen Glieder:

$$\frac{dz}{dy} = \frac{-\mu y + \varepsilon z}{z} = \frac{cy + dz}{ay + bz}. \tag{45}$$

Nach einem Satz von Ljapunow können nämlich im Falle, daß das System strukturell stabil ist, die nichtlinearen Glieder in der Nähe der singulären Punkte vernachlässigt werden.

Im untersuchten Falle ist der singuläre Punkt von der Art eines sogenannten Fokus. Denn es gilt die Ungleichung:

$$a + d \neq 0. \tag{46}$$

Ausserdem handelt es sich um einen instabilen Punkt, da die Ungleichung

$$a + d > 0 \tag{47}$$

erfüllt ist.

b) *Untersuchung der Existenz von Grenzzyklen.* Zur Prüfung der Existenz eines Grenzzyklus verwendet man den ersten Satz von Bendixson [4]. Wenn die Funktion $\partial P/\partial y + \partial Q/\partial z$ stets dasselbe Vorzeichen hat, existiert kein Grenzzyklus. In unserem Falle ist

$$\frac{\partial P}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial Q}{\partial z} = \varepsilon(1 - 3\eta z^2), \tag{48}$$

also ist die genannte Vorzeichenbedingung nicht erfüllt und es kann die Existenz eines Grenzzyklus um den instabilen Fokus nicht ausgeschlossen werden.

Man ermittelt den Grenzzyklus mit Hilfe der Methode von L i é n a r d, indem man die Gl. (44) durch die Gleichung

$$\frac{dz}{dy} = -\frac{\varphi(z) + \mu y}{z} \tag{49}$$

ersetzt [5].

3.3. Analyse der Stabilität des elektrischen System

Wie bereits gezeigt hat die Gleichung des elektrischen System die Form

$$E = R'i + u + N\Phi_0 \frac{d\alpha'}{dt} = R'i + u + N\Phi_0 \frac{d\alpha'}{di} \cdot \frac{di}{dt}. \tag{50}$$

Weil die Konversionsanlage ein magnetoelektrisches Gerät mit linearer Skala ist, muß $d\alpha'/di$ konstant sein, und die Gl. (50) hat die Form der Gl. (2), deren Stabilität bereits früher untersucht wurde. Um selbsterregte Schwingungen des Rahmens zu erzeugen, die durch die R a y l e i g h sche Gl. (43) beschrieben werden, ist es notwendig, daß der Arbeitspunkt des elektrischen Systems instabil ist, wie dies in Abb. 6 dargestellt ist.

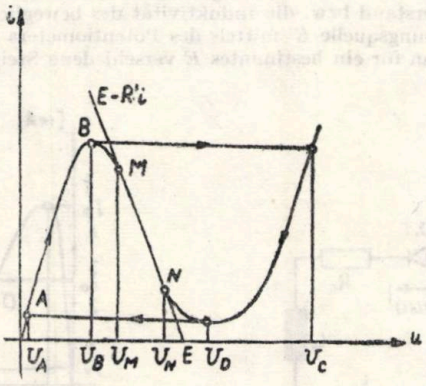


Abb. 11

Wenn die Induktivität der Rahmenspule nicht vernachlässigbar ist, lautet die Gleichung des elektrischen Systems

$$E = R'i + u + L\frac{di}{dt} + N\Phi_0 \frac{d\alpha'}{di} \cdot \frac{di}{dt}. \tag{51}$$

Würde der Rahmen festgehalten, dann könnten im Netzwerk, das durch die Gl. (51) beschrieben wird, Kippschwingungen mit einer sehr kleineren

Periode auftreten. Diese Kippschwingungen bleiben erhalten, auch wenn sich der Rahmen dreht und sie bedeuten eine Störungserscheinung, die von der Quelle des Netzwerks hervorgerufen wird. Die Schwingung des Rahmens ist unabhängig vom Term $L\,di/dt$, weil dieser im Vergleich mit $N\Phi_0 \frac{d\alpha'}{di} \cdot \frac{di}{dt}$ vernachlässigbar ist.

In Abb. 11 ist die optimale Arbeitsgerade des elektrischen Systems dargestellt. Der Grenzzyklus $ABCD$ kennzeichnet die Kippschwingungen, deren Periode T durch die bekannte Gleichung

$$T = L_c\left(G_1 \ln \frac{E - U_A}{E - U_B} + G_2 \ln \frac{U_C - E}{U_D - E}\right) \tag{52}$$

gegeben ist [5]. In Gl. (52) sind G_1 und G_2 die dynamischen Leitwerte der Kennlinienabschnitte AB bzw. CD, die man näherungsweise als linear betrachtet, und L_c ist die Induktivität des Rahmens.

Die langsamen Rahmenschwingungen, die uns besonders interessierten erhält man nur im MN-Bereiche der Kennlinie der Tunneldiode (man vergleiche Abb. 11).

4. Rechenbeispiel

Die elektrische Schaltung zur Untersuchung der mechanischen Schwingungen des beweglichen Rahmens der in einem früheren Abschnitt betrachteten elektromechanischen Konversionsanlage ist in Abb. 12 dargestellt. In dieser Schaltung ist das nichtlineare Element eine Tunneldiode DT vom Typ TD 716 GE, deren gemessene Kennlinie in Abb. 13 gezeigt ist. R_c und L_c bedeuten den Widerstand bzw. die Induktivität des beweglichen Rahmens. Die Schaltung wird von einer Spannungsquelle E' mittels des Potentiometers P gespeist. R ist der Reihenwiderstand mit dem man für ein bestimmtes E verschiedene Steigungen der Arbeitsgerade einstellen kann.

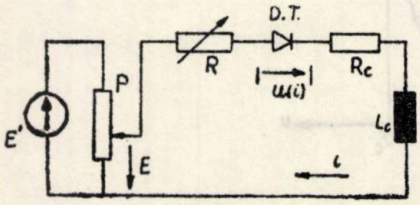


Abb. 12

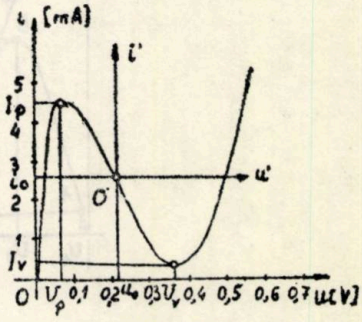
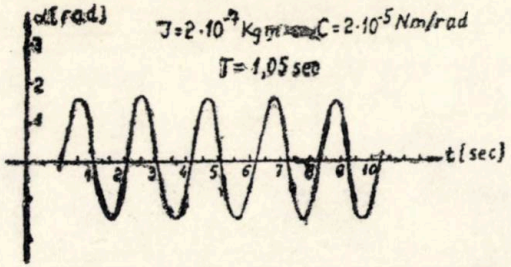


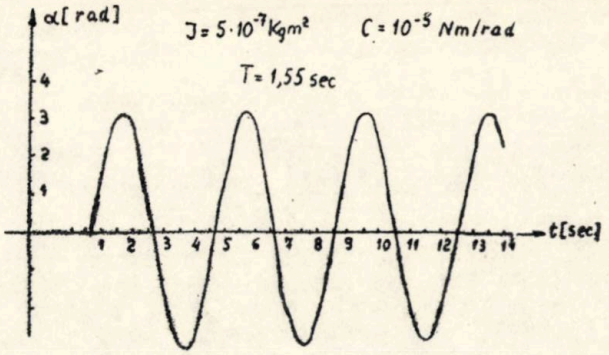
Abb. 13

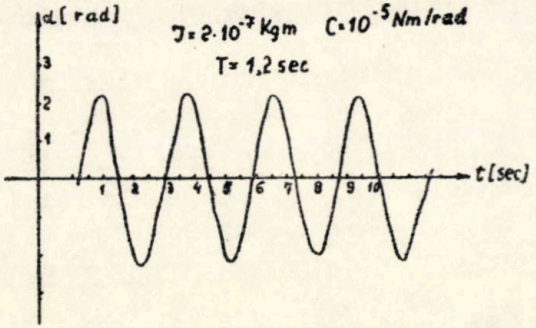
Aus Abb. 13 kann man die Extremwerte der nichtlinearen Kennlinie der Tunneldiode ablesen: der Spitzenstrom $I_p = 4{,}7$ mA, die Spitzenspannung $U_p = 0{,}051$ V, der Talstrom $I_v = 0{,}37$ mA und die Talspannung $U_v = 0{,}37$ V. Wählt man den Wendepunkt der Kennlinie mit den Koordinaten i_0 und u_0 als Ursprung O' eines neuen Koordinatensystems, dann ergibt sich

$$u_0 = \frac{U_p + U_v}{2} = 0{,}21 \text{ V}, \tag{53}$$

$$i_0 = \frac{I_p + I_v}{2} = 2{,}53 \text{ mA}. \tag{54}$$


α[rad]
J=2·10⁻⁷ Kgm² C=2·10⁻⁵ Nm/rad
T=1,05 sec
t[sec]


α[rad]
J=5·10⁻⁷Kgm² C=10⁻⁵ Nm/rad
T=1,55 sec
t[sec]


α[rad]
J=2·10⁻⁷ Kgm C=10⁻⁵ Nm/rad
T=1,2 sec
t[sec]

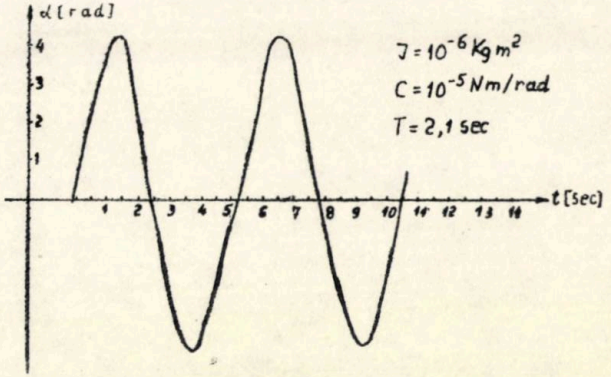
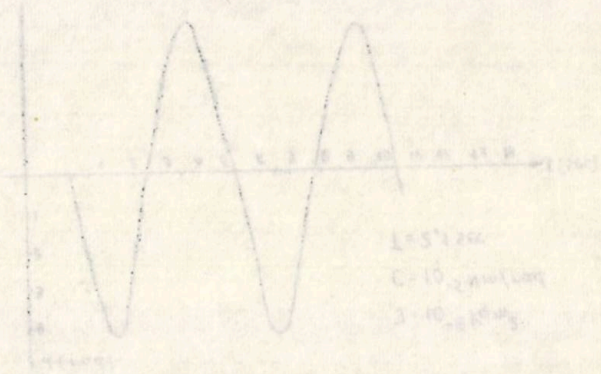
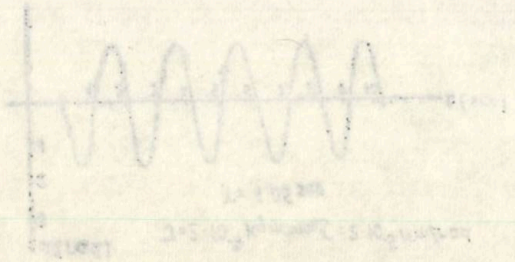
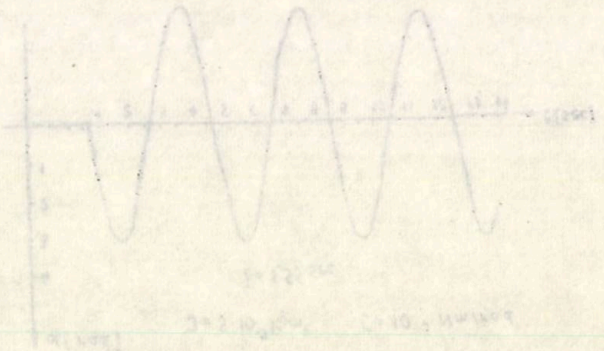

α[rad]
J=10⁻⁶ Kgm²
C=10⁻⁵ Nm/rad
T=2,1 sec
t[sec]

Abb. 16







In Abhängigkeit von den neuen Koordinaten i', u' kann man $i'(u')$ durch ein Polynom approximieren. Durch geeignete Interpolation mittels eines ungeraden Polynoms ergab sich

$$i' = -1{,}5.10^{-2}u' + 5{,}5.10^{-2}u'^3. \tag{55}$$

Beachtet man, daß $R' = R + R_e = 58{,}2\ \Omega$ (hierbei berücksichtigt man auch die Widerstände von P) und $N = 80$, $\Phi_0 = 7.10^{-5}$ Wb ist, dann lautet die Gl. (39):

$$\frac{d\alpha'}{dt} = -(22{,}3u' + 572u'^3). \tag{56}$$

In Abb. 14 ist die Abhängigkeit $d\alpha'/dt = f(u')$ dargestellt.

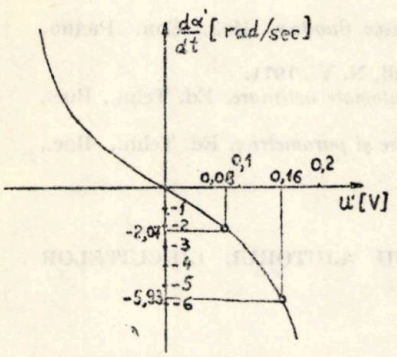


Abb. 14

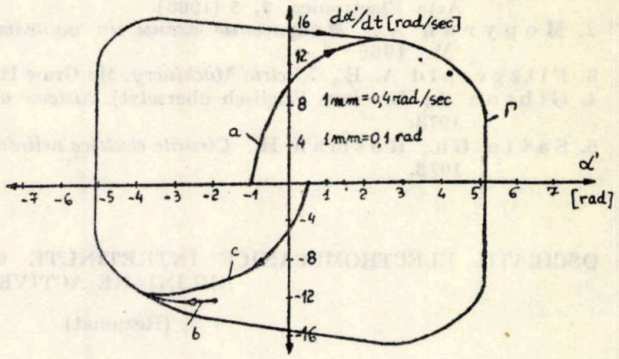


Abb. 15

Der Ausdruck (40), der die Abhängigkeit $u' = f(d\alpha'/dt)$ darstellt, wird mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate approximiert, und man erhält

$$u' = -4 \cdot 10^{-2}\left(\frac{d\alpha'}{dt}\right) + 3{,}75.10^{-4}\left(\frac{d\alpha'}{dt}\right)^3. \tag{57}$$

Für die Koeffizienten J, B und C in der Gl. (41) wurden die folgende Werte verwendet: $J = 5.10^{-7}$ Kgm², $B = 8{,}4.10^{-11}$ Nm.Sek./Rad. und $C = 10^{-5}$ Nm./Rad. Man erhält damit aus Gl. (53)

$$\frac{d^2\alpha'}{dt^2} - 6{,}63\left[\frac{d\alpha'}{dt} - 10^{-2}\left(\frac{d\alpha'}{dt}\right)^3\right] + 20\,\alpha' = 0. \tag{58}$$

Das ist eine Rayleighsche Gleichung mit den Koeffizienten

$$\varepsilon = 6{,}63, \qquad \eta = 10^{-2}, \qquad \mu = 20.$$

Diese Differentialgleichung wurde in der Phasenebene untersucht, und es gelang, den in Abb. 15 dargestellten Grenzzyklus zu finden.

Für die Darstellung des Grenzzyklus verwendete man die Methode von Liénard. Unabhängig von den Anfangsbedingungen stellt sich in kurzer Zeit immer dieselbe stationäre selbsterregte Schwingung ein, die dem Grenzzyklus entspricht. Die Gl. (58) wurde mit Hilfe einer numerischen Methode (der modifizierten Eulerschen Methode) integriert.

Die Kurvenformen $\alpha'(t)$, die mit Hilfe des Plotters als Ausgabegerät eines Digitalrechners erhalten wurden, sind in Abb. 16 *a* ... 16 *d* dargestellt, wobei die Netzwerkparametern wie angegeben verändert wurden. In jedem Fa le ist auch die Schwingungsperiode T angegeben.

Eingegangen am 5. Juni 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen der
Elektrotechnik und elektrische
Messungen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bollée B., *Amplificateurs et oscillateurs à diode tunnel : leurs théorie et leurs application.* Acta Electronica, 7, *3* (1963).
2. Моругин А., *Импульсные схемы на тунельных диодах.* Изд. Сов. Радио, M., 1966.
3. Fitzgerald A. E., *Electric Machinery*. Mc Graw-Hill, N. Y., 1971.
4. Gibson J., E., (aus Englisch übersetzt). *Sisteme automate neliniare.* Ed. Tehn., Buc., 1973.
5. Savin Gh., Rosman H., *Circuite electrice neliniare şi parametrice.* Ed. Tehn., Buc., 1973.

OSCILAŢII ELECTROMECANICE ÎNTREŢINUTE CU AJUTORUL CIRCUITELOR NELINIARE ACTIVE

(Rezumat)

Sistemele electromecanice de conversie sînt constituite din trei părţi : sistemul electric, dispozitivul de conversie şi sistemul mecanic. În lucrare este analizată conversia electromecanică realizată cu ajutorul unui sistem electric descris de o ecuaţie diferenţială neliniară de ordinul întîi şi un sistem mecanic descris de o ecuaţie diferenţială liniară de ordinul doi. Dispozitivul de conversie utilizat în această lucrare este constituit dintr-un aparat de măsură magnetoelectric care poate efectua oscilaţii de torsiune.

Din analiză rezultă că dacă punctul de funcţionare al sistemului electric este nestabil, în sistemul mecanic apar oscilaţii întreţinute care pot fi descrise de ecuaţii diferenţiale neliniare de tip Rayleigh.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. C. 538.551.3; 517.512; 681.14

IMPROVED METHOD FOR HARMONIC ANALYSIS ON DIGITAL COMPUTERS

BY

NINA POEATĂ

1. Introduction

A real function $f(x)$ satisfying Dirichlet's conditions over a period 2π, can be expanded into a Fourier series

$$f(x) = c_0 + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \sin kx + \sum_{k=1}^{\infty} b_k \cos kx, \tag{1.1}$$

where coefficients are given by the relations

$$c_0 = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\,dx, \tag{1.2}$$

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\sin kx\,dx, \tag{1.3}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} f(x)\cos x\,dx. \tag{1.4}$$

When function $f(x)$ is given by a set of finite discrete values, the coefficients are computed by aid of numerical formulas.

2. Numerical Formulas for the Computation of Fourier Coefficients

Do to the fact that the Fourier series is convergent (but not monotonically convergent) we may approximate the function $f(x)$ by a finite number of harmonics, consequently series (1.1) becomes:

$$f(x) = c_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \sin kx + \sum_{k=1}^{n} b_k \cos kx. \tag{2.1}$$

Consider now the interval of the independent variable corresponding to one complete wavelength (2π) be devided into N equal parts ($N/2 \geqslant n$)

of width $\Delta x = 2\pi/N$. The value of the ordinate at the end of j intervals is given by:

$$f\left(j\frac{2\pi}{N}\right) = c_0 + \sum_{k=1}^{n} a_k \sin\left(kj\frac{2\pi}{N}\right) + \sum_{k=1}^{n} b_k \cos\left(kj\frac{2\pi}{N}\right). \tag{2.2}$$

For each known value of $f(x)$ we obtain an equation of the form (2.2). Because the unknowns in (2.2) are a_k and b_k, for n harmonics, $(k = 1, 2, \ldots, n)$, there are $2n$ unknowns. We must have at least $2n$ equations for evaluating numerical Fourier coefficients, that is, the number of known points in the interval $[0, 2\pi]$ must be at least twice the number of harmonics considered in expansion (2.1).

It is proved in [1], [2] that the solutions for Fourier coefficients are:

$$a_k = \frac{2}{N}\sum_{j=1}^{N} f(x_j) \sin kx_j, \qquad \text{if} \quad k < \frac{N}{2}, \tag{2.3}$$

$$\begin{cases} b_k = \dfrac{2}{N}\displaystyle\sum_{j=1}^{N} f(x_j) = \dfrac{2}{N} - \sum_{j=1}^{N} f(x_j) \cos kx_j, & \text{if} \quad k < \dfrac{N}{2}, \\ b_k = \dfrac{1}{N}\displaystyle\sum_{j=1}^{N} f(x_j) = \dfrac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} f(x_j) \cos kx_j, & \text{if} \quad k = \dfrac{N}{2}, \end{cases} \tag{2.4}$$

and

$$c_0 = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} f(x_j)\, \Delta x, \tag{2.5}$$

where

$$x_j = j\frac{2\pi}{N}. \tag{2.6}$$

Analysing the formulas (2.3) ... (2.5) we observe that in fact they represent the simplest discrete approximations to the integrals of Eqs. (1.3), (1.4) and (1.2). In these approximations one considers the products $f(x_j) \sin kx_j$, and $f(x_j) \cos kx_j$ respectively, constant over each interval Δx. But for higher order harmonics (k great) the constance of trigonometric functions over the interval Δx may leads to significant errors.

On the basis of above observation we propose to divide the interval of integration in Eqs. (1.3), (1.4) into sums of integrals so that these relations take the forms:

$$a_k = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N} \int_{x_{j-1}}^{x_j} f(x) \sin kx\, dx, \tag{2.7}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi}\sum_{j=1}^{N} \int_{x_{j-1}}^{x_j} f(x) \cos kx\, dx. \tag{2.8}$$

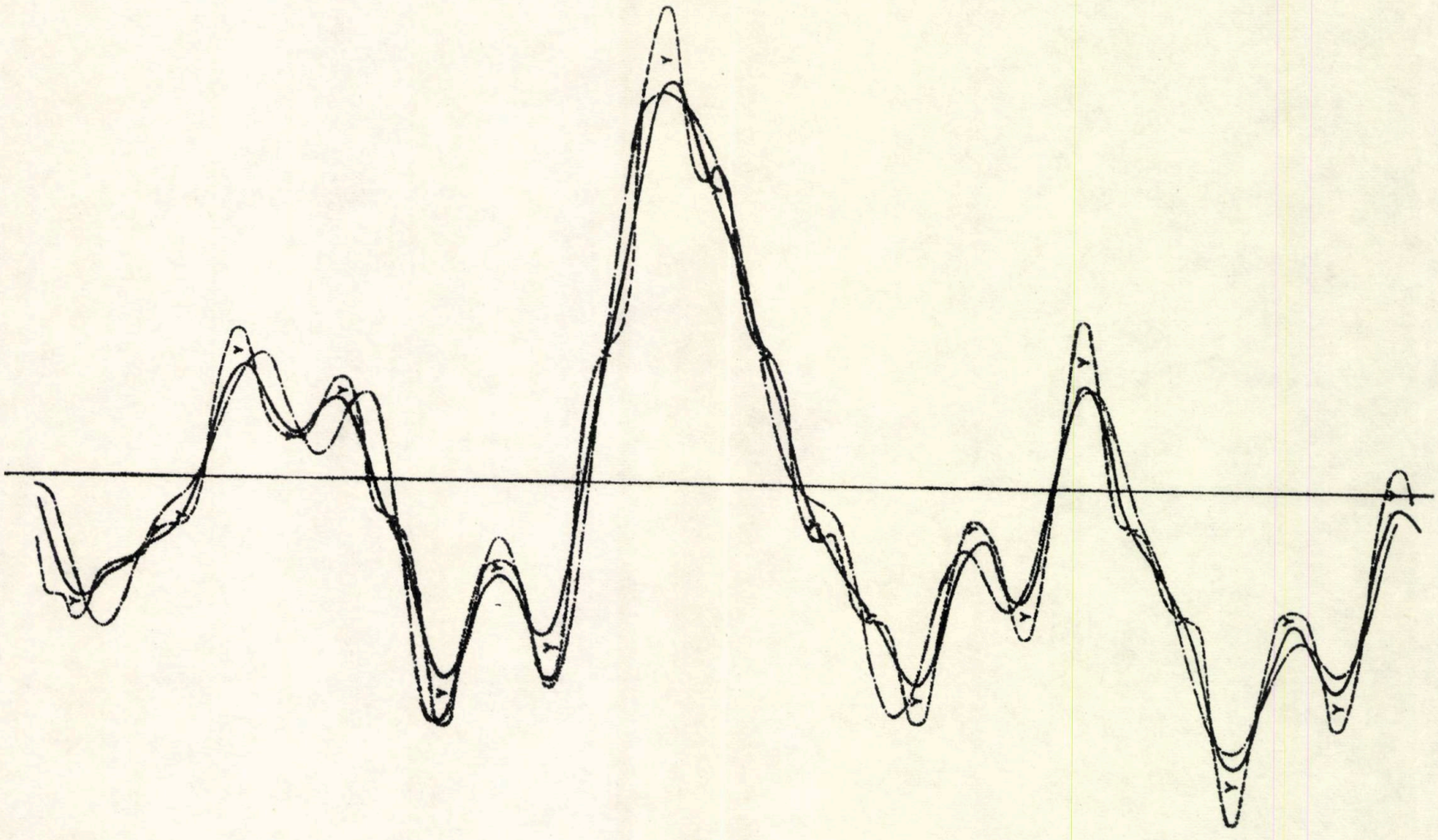


Fig. 1

In Eqs. (2.7), (2.8) we propose to approximate only $f(x)$ and represent exactly trigonometric functions, because namely trigonometric functions introduce significant errors in (2.3), (2.4).

3. Constant Approximations for $f(x)$ over the Interval Δx

If in Eqs. (2.7), (2.8) we introduce

$$f(x) = y_j = \text{const.} \tag{3.1}$$

we obtain after integration :

$$a_k = \frac{1}{\pi k} \sum_{j=1}^{N} y_j (\cos kx_{j-1} - \cos kx_j), \tag{3.2}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi k} \sum_{j=1}^{N} y_j (\sin kx_j - \sin kx_{j-1}). \tag{3.3}$$

In these relations x_{j-1}, x_j are the values of arguments at the ends of each interval j ; y_j is the value of $f(x)$ in the middle of the same interval.

4. Straight-line Approximation for $f(x)$ over the Interval Δx

The equation of straight-line, approximating the function $f(x)$ over the interval $\Delta x = x_j - x_{j-1}$, is :

$$f(x) = y_{j-1} + \frac{y_j - y_{j-1}}{\Delta x}(x - x_{j-1}). \tag{4.1}$$

Introducing this expression into Eqs. (2.7), (2.8), we obtain after integration :

$$a_k = \frac{1}{\pi k} \sum_{j=1}^{N} \left[\frac{A}{k} (\sin kx_j - \sin kx_{j-1}) + y_{j-1} \cos kx_{j-1} - y_j \cos kx_j \right], \tag{4.2}$$

$$b_k = \frac{1}{\pi k} \sum_{j=1}^{N} \left[\frac{A}{k} (\cos kx_j - \sin kx_{j-1}) + y_j \sin kx_j - y_{j-1} \sin kx_{j-1} \right], \tag{4.3}$$

with

$$A = \frac{y_j - y_{j-1}}{x_j - x_{j-1}}. \tag{4.4}$$

5. Conclusions

1. We recomand the use of formulas (4.2) and (4.3) instead of (2.3), (2.4) for the computation of Fourier coefficients. If a digital computer is used, the increase in the computational work is insignificant. Since proposed formulas are obtained with exactly representation for trigonometric functions, the error of calculation do not increase with the order of calculated harmonic.

In order to prove that Eqs. (3.2), (3.3) give better results than (2.3), (2.4), and (4.2), (4.3) give the best results, we have written FORTRAN subroutines for each group of above mentioned formulas and for Fourier synthesis as well. We have computed on the digital computer FELIX C-256 the harmonics by using all the three subroutines. Then we have reproduced in each case the function (given initially by 26 points) according to Eq. (2.2). In the synthesis of function we have used in all cases the first 12 harmonic components.

The results obtained from the computer are represented in Fig. 1. In this figure we use the following notations: Y — given points of $f(x)$; ------ synthesised curve corresponding to Fourier coefficients calculated with Eqs. (2.3), (2.4); - - - - synthesised curve corresponding to Fourier coefficients calculated with Eqs. (3.2), (3.3); ——— synthesised curve corresponding to Fourier coefficients calculated with Eqs. (4.2), (4.3).

We observe that the last curve approximates the best $f(x)$. All initial points without extremities are reproduced exactly on this curve.

2. If we utilise Eqs. (4.1), (4.2) we may calculate an harmonic of any order regardless of the known points within the interval $[0, 2\pi]$. This advantage is very important when we must extract an harmonic component of order m when number of known points is less than $2m$.

3. We have proved that the errors in harmonic calculus grows with harmonic order if we utilise Eqs. (2.3), (2.4). To this aim we have calculated harmonics for regular curves for wich the Fourier coefficients are exactly known. We have obtained the best results with formulas (4.2), (4.3).

Received, March 28, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electronics
and Computers

REFERENCES

1. Hamming R. W., *Numerical Methods for Scientists and Engineers.* McGraw-Hill Book Co., N. Y., 1962.
2. Fifer S., *Analogue Computation.* Vol. 4, McGraw-Hill Book Co., N. Y., 1961.
3. Poeată N., Valachi Al., Harja C., *Exemple de programe în FORTRAN rezolvate.* Inst. polit., Iaşi, 1972.

METODĂ ÎMBUNĂTĂŢITĂ DE ANALIZĂ ARMONICĂ CU AJUTORUL CALCULATOARELOR NUMERICE

(Rezumat)

Se propune folosirea unor formule mai exacte pentru calculul armonicelor unei serii Fourier. Cu subprogramele FORTRAN întocmite pe baza folosirii formulelor propuse s-au analizat o serie de curbe date. Precizia ridicată a curbelor sintetizate cu ajutorul armonicelor determinate prin calcul dovedeşte superioritatea formulelor propuse.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 538.23 : 681.14

STUDIUL UNUI MECANISM FEROMAGNETIC MAGNETIZAT ORTOGONAL, CU AJUTORUL CALCULATORULUI CIFRIC

DE

P. LEONTE şi I. HRISTODORESCU

1. Introducere

În [1] s-a demonstrat posibilitatea de a aproxima cu expresii uşor programabile pe un calculator cifric ciclul de histerezis şi curba medie de magnetizare obţinute în prezenţa unui cîmp magnetic continuu ortogonal, precum şi de a le folosi pentru deducerea t.e.m. induse într-o bobină coaxială cîmpului magnetic continuu.

În prezenta lucrare se verifică practic concluziile din [1] în cazul unui mecanism feromagnetic cu miez magnetic din permalloy.

2. Schema electrică de montaj utilizată şi mecanismul feromagnetic studiat

Ciclul de histerezis $B = F(H)$ sau funcţia $y = f(x)$, pentru $f = 50$ Hz, a fost trasat experimental cu un oscilograf conform schemei din fig. 1.

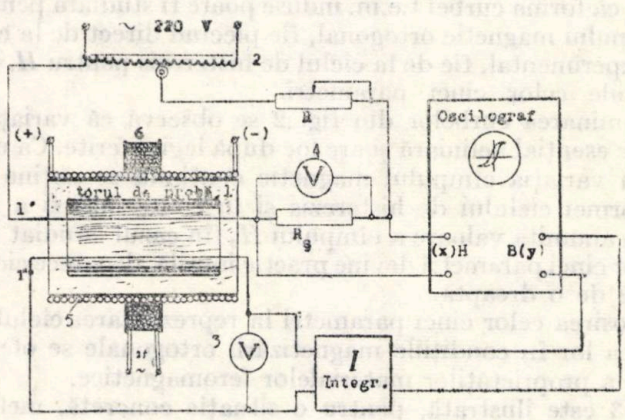


Fig. 1

La mecanismul feromagnetic s-a folosit drept miez feromagnetic *1* tablă de permalloy netratat termic, cu grosimea de 0,1 mm, lungimea 200 mm şi greutatea 14,70 g, înfăşurată pe un cilindru izolant cu diametrul ∅ 32 mm,

astfel încît a rezultat un tor cu secțiunea dreptunghiulară $S = 0{,}2 \times 100 = 20\ mm^2$. Înfășurarea de magnetizare *1'* a fost bobinată uniform pe tor avînd caracteristicile: $N_1 = 320$ spire, $\varnothing$ 0,25 mm, conductor izolat cu email, $R_1 = 48{,}5\ \Omega$. Înfășurarea secundară *1''* s-a realizat de asemenea prin bobinare uniformă avînd $N_2 = 2\,811$ spire, $\varnothing$ 0,2 mm, conductor izolat cu email, $R_2 = 292\ \Omega$. Înfășurarea pentru magnetizare ortogonală în curent continuu (*5*) are următoarele caracteristici: $N_c = 153$ spire, $\varnothing$ 1,1 mm, $l = 166$ mm, $D = 40$ mm (diametrul bobinei). Bobinele colectoare pentru t.e.m. de frecvență dublă (*6*) au: a) $N_3 = 1\,500$ spire și $\varnothing$ 0,2 mm, b) $N_4 = 11\,600$ spire și $\varnothing$ 0,08 mm, $d_i = 43$ mm (diametrul interior al bobinei), $l = 32$ mm (lățimea bobinei). Circuitul de integrare are parametrii $R = 50\ k\Omega + 250\ k\Omega$ (potențiometru), $C = 2\ \mu F$. Înfășurările *1'* și *1''*, bobinate pe circuitul magnetic *1*, sînt redate pentru claritate sub forma unei spire. Înfășurarea de magnetizare *1'* s-a alimentat de la un autotransformator *2*. Voltmetrele *3* și *4* s-au folosit pentru etalonarea curbei.

3. Rezultate experimentale

Pentru o valoare maximă oarecare a curentului alternativ, căreia îi corespunde $H_{amax} > H_{asat}$, considerîndu-se condițiile în care se trasează ciclul de histerezis limită, s-a urmărit modul în care parametrii r, m, n, p și q variază în funcție de cîmpul magnetic ortogonal continuu în domeniul 0 ... 140 Asp/cm.

În cazul considerat s-au trasat experimental 20 cicluri de histerezis la diverse valori ale intensității cîmpului de magnetizare ortogonală, în domeniul precizat și la aceeași amplitudine a cîmpului magnetic alternativ, superioară valorii de saturație. Curbele obținute pentru cei cinci parametri sînt trasate în fig. 2, unde sînt indicate și ecuațiile lor aproximative.

Rezultă că forma curbei t.e.m. induse poate fi studiată pentru o anumită valoare a cîmpului magnetic ortogonal, fie plecînd direct de la ciclul de histerezis trasat experimental, fie de la ciclul de histerezis pentru $H_c = 0$, la care se cunosc ecuațiile celor cinci parametri.

Din examinarea curbelor din fig. 2 se observă că variația celor cinci parametri este esențial neliniară și are loc după legi diferite. Ca urmare a acestui fapt, prin variația cîmpului magnetic continuu se obține o modificare continuă a formei ciclului de histerezis și în consecință și a formei curbei t.e.m. Peste o anumită valoare a cîmpului H_c (în cazul studiat 100 Asp/cm), utilizarea celor cinci parametri devine practic inutilă, deoarece ciclul de histerezis se apropie de o dreaptă.

Prin folosirea celor cinci parametri la reprezentarea ciclului de histerezis și studierea lor în condițiile magnetizării ortogonale se oferă posibilități de cunoaștere a proprietăților materialelor feromagnetice.

În fig. 3 este ilustrată, pentru o situație concretă, metoda de lucru propusă în [1]. Ciclul de histerezis reprezentat în fig. 3 *a* ($H_c = 3{,}6$ Asp/cm) a fost trasat experimental. S-au determinat cei cinci parametri și s-au scris ecuațiile ciclului de histerezis (2) și ale curbei de magnetizare medie (4) [1]. Cu ajutorul unui calculator cifric a fost determinat ciclul de histerezis și curba medie de magnetizare. Punctele obținute s-au trecut pe același grafic.

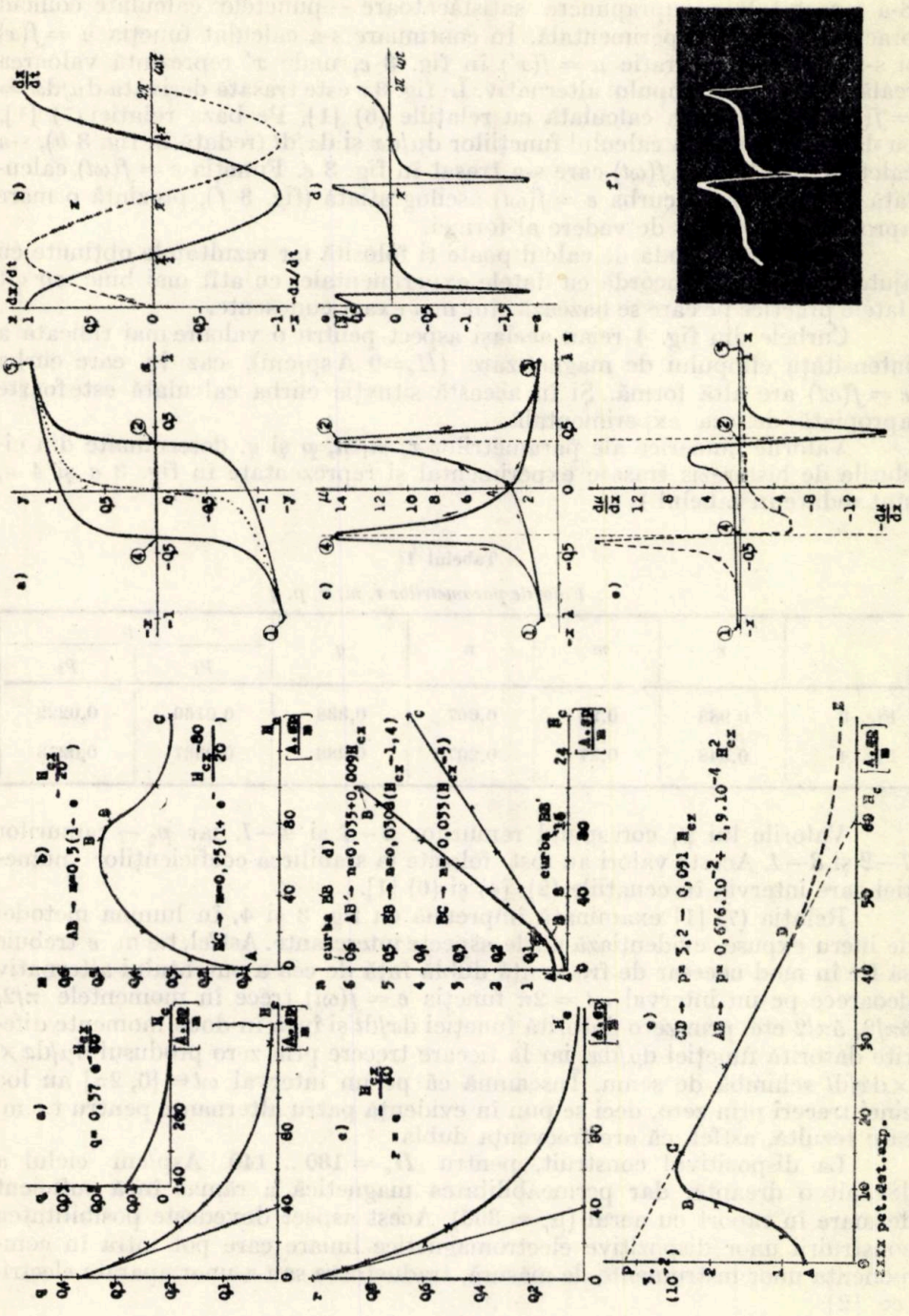


Fig. 3

Fig. 2

S-a constatat o suprapunere satisfăcătoare — punctele calculate coincid practic cu curba experimentală. În continuare s-a calculat funcția $\mu = f(x)$ și s-a reprezentat grafic $\mu = f(x')$ în fig. 3 *c*, unde x' reprezintă valoarea reală raportată a cîmpului alternativ. În fig. 3 *e* este trasată derivata $d\mu/dx = f(x')$, de asemenea calculată cu relațiile (6) [1]. Pe baza relației (7) [1], cu datele obținute la calculul funcțiilor $d\mu/dx$ și dx/dt (redată în fig. 3 *b*), s-a calculat funcția $e = f(\omega t)$ care s-a trasat în fig. 3 *e*. Funcția $e = f(\omega t)$ calculată, comparată cu curba $e = f(\omega t)$ oscilografiată (fig. 3 *f*), prezintă o mare apropiere din punct de vedere al formei.

Reiese că metoda de calcul poate fi folosită iar rezultatele obținute cu ajutorul acesteia concordă cu datele experimentale, cu atît mai bine cu cît datele practice pe care se bazează sînt mai exact cunoscute.

Curbele din fig. 4 reiau același aspect pentru o valoare mai ridicată a intensității cîmpului de magnetizare (H_c=9 Asp/cm), caz în care curba $e = f(\omega t)$ are altă formă. Și în această situație curba calculată este foarte apropiată de cea experimentală.

Valorile numerice ale parametrilor *r*, *m*, *n*, *p* și *q*, determinate din ciclurile de histerezis trasate experimental și reprezentate în fig. 3 *a* și 4 *a*, sînt redate în tabelul 1.

Tabelul 1

Valorile parametrilor r, m, n, p, q

	r	m	n	q	p	
					p_1	p_2
Fig. 3	0,983	0,25	0,067	0,338	0,0166	0,0222
Fig. 4	0,848	0,27	0,207	0,288	0,0337	0,0273

Valorile lui p_1 corespund ramurilor *2—3* și *4—1*, iar p_2 — ramurilor *1—2* și *3—4*. Aceste valori au fost folosite la stabilirea coeficienților numerici care intervin în ecuațiile (2), (4) și (6) [1].

Relația (7) [1] examinată împreună cu fig. 3 și 4, în lumina metodei de lucru expuse, evidențiază unele aspecte interesante. Astfel, t.e.m. *e* trebuie să fie în mod necesar de frecvență dublă față de cea a curentului alternativ deoarece pe un interval $\omega t = 2\pi$ funcția $e = f(\omega t)$ trece în momentele $\pi/2$, $3\pi/2$, $5\pi/2$ etc. prin zero datorită funcției dx/dt și încă în două momente diferite datorită funcției $d\mu/dx$, iar la fiecare trecere prin zero produsul $d\mu/dx \times dx/dt$ schimbă de semn. Înseamnă că pe un interval $\omega t \in [0, 2\pi]$ au loc cinci treceri prin zero, deci se pun în evidență patru alternanțe pentru t.e.m. care rezultă, astfel, că are frecvența dublă.

La dispozitivul construit, pentru $H_c = 130 \ldots 140$ Asp/cm ciclul a devenit o dreaptă, dar permeabilitatea magnetică a rămas încă suficient de mare în raport cu aerul ($\mu_r = 300$). Acest aspect dovedește posibilitatea construirii unor dispozitive electromagnetice liniare care pot intra în componența unor instrumente de măsură, traductoare sau a unor aparate electrice [2].

Pe porțiunile liniare ale ciclului de histerezis $d\mu/dx = 0$ și ca urmare, în mod corespunzător, t.e.m. va fi nulă, încît numai în zona porțiunilor neliniare se pune în evidență o t.e.m. Ca rezultat imediat apare posibilitatea de control a liniarității ciclului de histerezis pe baza oscilogramei t.e.m. De exemplu, ciclurile de histerezis rectangulare pot fi ușor recunoscute prin

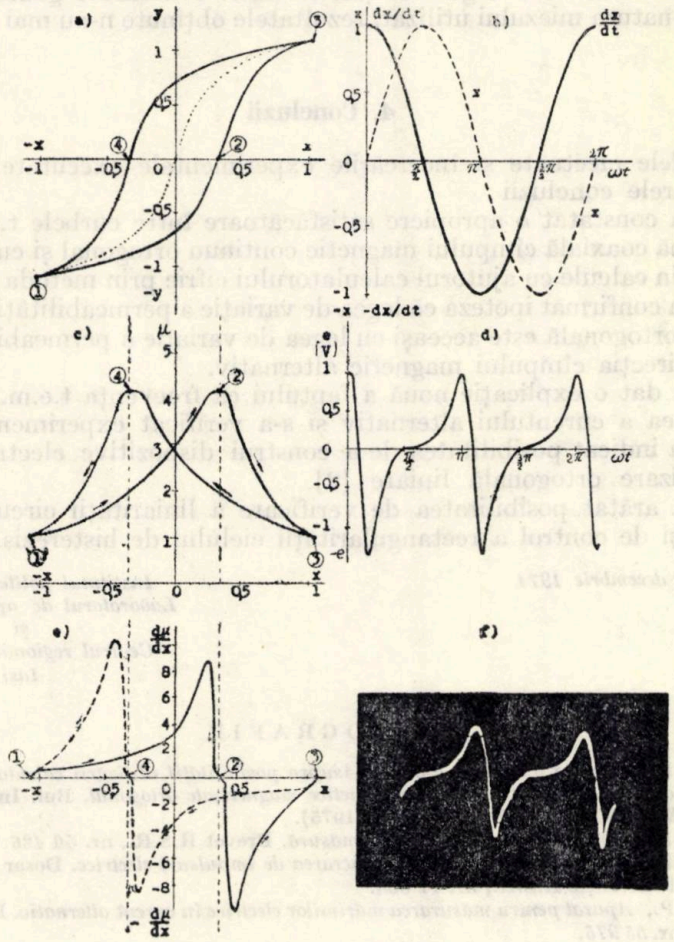


Fig. 4

faptul că generează t.e.m. sub forma unor impulsuri. Examinarea acestor impulsuri poate oferi o informație foarte precisă asupra rectangularității ciclului. De asemenea, această posibilitate de obținere a unor impulsuri poate fi utilizată la construirea unor surse de impulsuri pentru diferite comenzi [3], [5].

Se pot studia condițiile în care este posibil să se obțină o t.e.m. sinusoidală. De exemplu, în baza relației (7) [1] rezultă că pentru o funcție $x = f(t)$ sinusoidală, t.e.m. e va fi și ea sinusoidală numai dacă $d\mu/dx = \text{const.}$, ceea

ce practic este dificil de obținut deoarece în acest caz este necesar ca permeabilitatea să varieze liniar cu cîmpul (x sau H_a). De asemenea, pentru un ciclu de histerezis dat se poate determina forma curbei curentului pentru ca t.e.m. indusă să fie sinusoidală.

Încercări similare au fost întreprinse pe miezuri de ferită, miezuri mixte ferită — tole feromagnetice ș.a. Întrucît concluziile generale nu sînt afectate de natura miezului utilizat, rezultatele obținute n-au mai fost comentate.

4. Concluzii

Calculele efectuate și încercările experimentale executate au condus la următoarele concluzii:

a) S-a constatat o apropiere satisfăcătoare între curbele t.e.m. induse într-o bobină coaxială cîmpului magnetic continuu ortogonal și curbele t.e.m. obținute prin calcule cu ajutorul calculatorului cifric prin metoda dată în [1].

b) S-a confirmat ipoteza că legea de variație a permeabilității magnetice pe direcția ortogonală este aceeași cu legea de variație a permeabilității magnetice pe direcția cîmpului magnetic alternativ.

c) S-a dat o explicație nouă a faptului că frecvența t.e.m. este dublă față de aceea a curentului alternativ și s-a verificat experimental.

d) S-a indicat posibilitatea de a construi dispozitive electromagnetice cu magnetizare ortogonală liniare [2].

e) S-a arătat posibilitatea de verificare a liniarității circuitelor feromagnetice și de control a rectangularității ciclului de histerezis.

Primită la 10 decembrie 1974

Institutul politehnic, Iași,[1]
Laboratorul de aparate electrice
și
Centrul regional de calcul,
Iași

BIBLIOGRAFIE

1. Leonte P., Hristodorescu I., *Asupra posibilității utilizării calculatoarelor cifrice la studiul mecanismelor feromagnetice magnetizate ortogonal.* Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *1—2*, s. III, 39 (1975).
2. Leonte P., *Bobină și transformator de măsură.* Brevet R.S.R., nr. *56 426.*
3. Leonte P., *Aparat și metodă pentru generarea de impulsuri electrice.* Dosar pentru brevet de invenție R.S.R., nr. *71 838.*
4. Leonte P., *Aparat pentru măsurarea mărimilor electrice în curent alternativ.* Brevet R.S.R., nr. *55 975.*

DAS STUDIUM EINES ORTHOGONAL MAGNETISIERTEN MECHANISMUS MIT HILFE DES DIGITALRECHNERS

(Zusammenfassung)

Die Anwesenheit eines von Gleichstrom erzeugten orthogonalen magnetischen Feld erscheinenden Hysteresisschleife, die mittlere Magnetisierungskurve und die in einer mit diesem Feld koaxialen Spule induzierte E. M. K., werden für ein elektromagnetisches Mechanismus dessen Permaloykern orthogonal magnetisiert wird mit einem Digitalrechner berechnet. Die Vergleichung der berechneten Kurven mit den erfahrungsmässig erzielten zeigt eine befriedigende Annäherung.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K

BETRACHTUNGEN ÜBER DEN ENTWURF DER SELBSTERREGTEN DREHSTROMSTROMWENDERGENERATOREN*)

VON
IOSIF BERGMAN

1. Vorwort

Der selbsterregte Drehstromstromwendergenerator ist aus einen mit Drehstromwicklung ausgestatteten Ständer und einen mit zum Stromwender geschalteten Gleichstromwicklung vorgesehenen Läufer, zusammengesetzt. Am Stromwender befindet sich ein verstellbarer Bürstensatz.

Zwischen der Ständerwicklung und den Bürstensatz ist ein regelbarer Transformator geschaltet [1], [2].

Dieser mit konstanter Drehzahl angetriebene Generator kann eine Spannung veränderlicher Frequenz, dessen Regelung durch Verschiebung des Bürstensatzes und durch Veränderung des Übersetzungsverhältnisses des Zwischentransformators durchgeführt wird, erzeugen.

Wie bei alle mit Stromwender vorgesehenen elektrischen Maschinen werden die Eigenschaften des Generators in weitem Maß durch die Stromwendung bestimmt.

Ausgehend von der im Studium und Benützung eines vom Verfasser errichteten Generators erziehlten Erfahrung, werden hier die wichtigsten Entwurfsprobleme für diesen Generator erläutert.

2. Die Stromwendung

Wie bekannt ist werden in der Spule einer Drehstromstromwendermaschine, während der Stromwendung eine Reaktanzspannung e_r und eine vom Drehfeld erzeugte transformatorische Spannung e_t, dessen Werte streng von den Stromwendungsbedingungen begrenzt sind, induziert [3], [4].

Die Summe der in der kommutierenden Spule induzierten E.M.K. darf bei der Dauerarbeit das Generators nicht 2 ... 2,5 V überschreiten.

Der Effektivwert der Reaktanzspannung wird bei unseren Generator durch die folgende Formel:

$$e_r = 2w_s n l_i \lambda' N i_a \sin \frac{\pi}{m} \tag{1}$$

und die transformatorische durch:

$$e_t = \pi \sqrt{2} w_s f s \alpha_i \tau \, l_i B_\delta$$

augedrückt. Mit Hilfe der Ausdrücke der Frequenz f und des Schlupfes s [5], erziehlt man:

*) Mittgeteilt an der wissenschaftlichen Jubiläumstagung der Elektrotechnischen Fakultät, Jassy, 21.—23. Dezember 1972.

$$e_t = \pi\sqrt{2}\,pn\,\frac{K\cos\alpha + 1}{1+2K\cos\alpha+K^2}\,w_s\alpha_i\tau l_i B_\delta . \tag{2}$$

Zur Verkleinerung dieser Spannungen werden die Windungszahl je Spule $w_s = 1$ und offene Nuten, gewählt.

Die Drehzahl n, die ideale Länge l_t, die Polteilung τ, die Zahlen der Leiter N, der Phasen m, der Polpaare p und der Bürstenlinien sind Hauptentwurfsparameter was die Stromwendung anbetrifft.

Der Wert der Polbedeckungsziffer $\alpha_i \approx 2/\pi$ ist aber vom Sättigungsgrad abhängig.

Das sämtliche Übersetzungsverhältnis des Generators und des Transformators ist :

$$K = \frac{w_2 k_{w_2}}{w_1 k_{w_1}} \cdot \frac{w_{1t}}{w_{2t}} \tag{3}$$

und α der Bürstenverstellwinkel.

Natürlich wird die Begrenzung der E.M.K., e_r und e_t, durch die Verkleinerung der Zahl der Ankerleiter N, also der Zahl der Windungen $w_2 = N/4a$, erziehlt.

Der Strom i_a în einen der Zweige der Ankerwicklung und die Luftspaltinduktion B_δ, die von der Klemmenspannung abhängt, bestimmen die nützliche Scheinleistung des Generators.

Wie bekannt ist [2], [5], [6], erscheinen in den Kreisen dieses Generators Ströme die der Selbsterregungserscheinung zuzuschreiben sind und zur Erschwerung der Stromwendung beitragen.

Der Faktor

$$\frac{K\cos\alpha + 1}{1+2K\cos\alpha+K^2}$$

drückt den Einfluß der Regelung auf den Wert von e_t aus. Für $K < 1$ verkleinert sich dieser Faktor falls α von 0° zu 180° anwächst. Dagegen geht das Modul desselben durch einen Minimalwert für $\alpha = 90°$ und $K > 1$, vorbei. Für diese Werte erreichen die in den Kreisen des Generators fliessende Ströme Maximalwerte [6], was in einigem Masse zur Kompensierung der zwei Gründe die zur Vergrösserung von e_t beitragen, führt.

Die Hauptabmessungen des Generators , τ und l_i, werden mit der Formel (2) für vorgelegte Werte von B_δ, e_t und n, als Funktion von K und α, berechnet.

Dieses ist das für die Drehstromstromwendermotoren vorgelegte allgemeine Entwurfsverfahren [4].

3. Die allgemeine Konstante des Generators

Beim Entwurf der elektrischen Maschinen werden verschiedene Ausdrucksformen der allgemeinen Maschinenkonstante angewendet [7].

Die Ausgangs - E.M.K. die in [5] erläutert wurde, kann unter den Form :

$$E_1 = 2\pi k_B w_1 k_{w_1} n\,\frac{K(K+\cos\alpha)}{\sqrt{1+2K\cos\alpha+K^2}}\,\alpha_i D l_i B_\delta , \tag{4}$$

geschrieben werden, wo k_B der Formfaktor der Induktionskurve, der von der Sättigung abhängt, D der innere Ständerdurchmesser und l_i die ideale Länge, sind. Wird (4) im Ausdruck der elektrischhen Scheinleistung P' nach Berücksichtigung des Strombelags:

$$A_1 = \frac{2mw_1I_1}{\pi D} \tag{5}$$

eingesetzt, so kann man die allgemeine Maschinenkonstante nach E s s o n erziehlen:

$$\frac{P'\sqrt{1+2K\cos\alpha+K^2}}{D^2l_inK(K+\cos\alpha)} = 2\pi k_Bk_{w_1}\alpha_iA_1B_\delta. \tag{6}$$

Mit $\underline{I}_1$ wird der die Ständerwicklung des Generators durchfliessende Strom, der als phazorielle Summe des Laststromes $\underline{I}_a$ und dieses der Primärwicklung des Transformators $\underline{I}_{1t}$ ausgedrückt wird:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{1t} + \underline{I}_a, \tag{7}$$

bezeichnet.

4. Der Entwurf des Regelungsbandes

Durch die da oben erläuterten Formeln kann man das Regelungsband der Frequenz und der Spannung des Generators rechnerisch bestimmen.

Aus dem Ausdruck der allgemeinen Maschinenkonstante (6) ist das für vorgelegte Werte von D, l_i und n, die Leistung des Generators ungefähr proportional mit den Übersetzungsverhältnis K anwächst, ersichtlich. Der Bürstenverdrehwinkel hat auf der Leistung einen zimlich kleinen Einfluß.

Die Glieder

$$A = \frac{K(K+\cos\alpha)}{\sqrt{1+2K\cos\alpha+K^2}} \text{ und } B = \frac{K(K+\cos\alpha)}{1+2K\cos\alpha+K^2},$$

von dennen die E.M.K. und die Frequenz des Generators abhengen, wurden în [5] tabeliert.

Während die Klemmenspannung zu A also ungefähhr zu K proportional ist, verändert sich die Frequenz in Abhängigheit von α im größten Maß, falls K zwischen 1 und 2 sich befindet.

Andererseits hängt die transformatorische E.M.K. der Stromwendungspule von K und α ab; sie wird für $f = pn$ bei $K = -1/\cos\alpha$ anulliert. Weil dieser Frequenzwert bei $\alpha \geqslant 90°$, also bei relativ großen in den Kreisen des Generators fliessenden Strömen [6] erscheinen kann, werden die kleinen Werte für e_t bei größere Werte der Selbstinduktions E.M.K. erziehlt.

5. Zahlenbeispiel

Es werde ein selbsterregter Drehstromstromwendergenerator mit der Nennleistung $S=3$ KVA, die Drehzahl $n=1\,500$ U/Min, $D=22$ cm, $l_i=10{,}5$ cm, $D^2l_i=530$ cm^3 in Betracht genommen.

Am Läufer ist eine eingängige Schleifenwicklung mit $2a=2p=4$, $N=720$, $w_s=3$ vorgesehen.

Erfahrungsmässig wurde die gespeicherte Nennleistung für $K = 1{,}69$, $\alpha = 58°30$, $f = 32$ Hz, die Klemmenspannung $U_1 = 150$ V und den gelieferten Strom $I_d = 11{,}5$ A, erreicht.

Die in den Kreisen des Generators gemessenen Ströme sind im Ständer $I_1 = 8$ A, in der Primärwicklung des Transformators $I_{1t} = 3{,}5$ A, im Läufer 70 A ; also wird die Maschine vom Läufer ausmagnetisiert [8].

Es wurden $e_r = 0{,}7$ V und $e_t = 0{,}47$ V, also die arithmetische Summe der beiden E.M.K., $e_r + e_t = 1{,}17$ V, berechnet, was vollkommen genügend ist. Dagegen wächst e_t zu 1,4 V an, also überschreitet die Summe E.M.K. 2 V, für die der Frequenz $f = 50$ Hz entsprechende größere Drehzahl, was schon zu Stromwendungschwierigkeiten führen kann.

Man kann den Schluß das was die Stromwendung anbetrifft noch die Leistung größer gemacht werden kann, ziehen. Aber für die Frequenzregelung sollen die Parameter K, α eventuell auch die Drehzahl, um die in den Wicklungen fliessenden Ströme bei Minimalwerte behalten zu können, sorgfältig gewählt werden.

Die hier vorgelegten experimentellen Daten wurden im Fall wo beide Generatorkreise die Last speisen, erziehlt [2].

Die allgemeine Maschinenkonstante ist nach (6) $1{,}5 \cdot 10^4$ Ws/m^3, was die Tatsache des Bestehens eines verhältnissmäßig großen Regelungsvorrats für die Frequenz, die Spannung und die gespeicherte Leistung, sogar für eine Kreislaufscheinleistung von $3\ U_1 I_{1t} = 1{,}57$ KVA, also von mehr als 50 % der gespeicherten Scheinleistung, bestätigt.

Die Haupteigentümlichkeit des vorgelegten Generators von Spannungen veränderlicher Frequenz besteht eben im relativ großen Wert der durch dessen Kreisen fliessende Scheinleistung.

Bei den hier analysierten Generator mußte eine Begrenzung dessen Last durch den relativ kleinen Abmessungen dessen Stromwenders vorgenommen werden.

6. Schlußfolgerung

Die in der Arbeit vorgelegten Ausdrücke der in den kommutierenden Spulen erscheinenden E.M.K. und der allgemeinen Maschinenkonstante des selbsterregten Drehstromstromwendergenerators sind zu dessen Entwurf und besonders zur Vorberechnung seines Regelungsbandes nützlich.

Eingegangen am 4. Februar 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Allgemeine Elektrotechnik
und Elektrische Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. Bergman I., *Über die Anwendungsmöglichkeit des selbsterregten Drehstromstromwendergenerators im elektrischen Antrieb mit steuerbarer Frequenz* (in Rumänisch). Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1967.
2. Bergman I., Bul. Inst. polit. Iaşi, XVII (XXI), *1—2*, s. III, 107—116 (1971).
3. Richter R., *Maşini electrice*, (aus Deutsch übersetzt). Vol. V, Ed. Tehn., Buc., 1961.
4. Костенко М. П., Гнедин Л. Н., *Теория и расчет трехфазных коллекторных машин и каскадных систем.* Изд. „Наука", М., 1964.
5. Bergman I., Bul. Inst. polit., Iaşi, XI (XV), *1—2*, 261—274 (1965).
6. Bergman I., Bul. Inst. polit. Iaşi, XIII (XVII), *3—4*, 391—402 (1967).
7. Schuisky W., *Berechnung elektrischer Maschinen.* Springer Verlag, Wien, 1960.
8. Bergman I., Bul. Inst. polit. Iaşi, XVIII (XXII), *1—2*, s. III, 93—100 (1972).

CONSIDERAŢII PRIVIND PROIECTAREA GENERATOARELOR TRIFAZATE CU COLECTOR AUTOEXCITATE

(Rezumat)

Se deduc expresiile t.e.m. induse în secţiunea în comutaţie şi a constantei universale a maşinii, care stau la baza metodicii de proiectare a generatorului trifazat cu colector autoexcitat, utilizabil ca sursă de tensiune de frecvenţă reglabilă.

Se acordă atenţie predeterminării gamei optime de reglaj a frecvenţei.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K. 621.313.36:621.313.047

ÜBER DIE ANWENDUNGSMÖGLICHKEITEN DER STATISCHEN KOMMUTATION BEIM MONOPHASISCHEN REPULSIONSMOTOR (I)

VON

SILVIU HARGHEL

1. Einleitung

Im allgemeinen stellen die elektrischen Maschinen mit Kollektor, durch dessen Anwet senheit, besondere Wartungsprobleme, haben einen hohen Herstellungspreis, kleine Sicherheiin der Ausbeutung, hohen Verbrauch an Kupfer und sind konstruktiv durch bestimmte Werte der Rotationskraft und -geschwindigkeit bedingt. Da aber diese Maschinen gute Funktionierungs- und Einstellungskennzeichen aufweisen, wurde schon seit dem Aufkommen der Gas- oder Vakuumröhren die Ersetzung des mechanischen Kommutators durch einen elektronischen in Betracht gezogen. Ausreichende Resultate wurden auch später, mit dem Aufkommen von gesteuerten Halbleiterelementen, für hohe Ströme und Spannungen erzielt. Durch den Gebrauch solcher elektronischer Kommutatoren wurden neue Typen von elektrischen Maschinen gebaut, die auf dem Funktionierungsprinzip der klassischen Maschinen beruhen.

Der Repulsionsmotor, so wie jede Maschine mit Kollektor, eignet sich für eine Substitution des mechanischen Kommutators durch einen elektronischen. Da die Erweiterung der Anzahl der Bürstenlinien das Steuerungsschema bedeutend erschwert, wurden sämtliche Versuche anhand eines Repulsionsmotors mit einer einzigen diametralen und beweglichen Bürstenlinie — der T h o m s o nmotor — durchgeführt.

2. Allgemeine Elemente. Konstruktionsvarianten

Ein solcher Motor ist mit einem Stator mit monophasisch verteilter Wicklung vorgesehen, die mit Wechselstrom gespeist ist. Die Rotorwicklung vom Gleichstromtyp ist mit einem Kollektor verbunden. Auf diesen ruhen zwei diametrale Bürstenlinien die in ständigem Kurzschluß stehen (Abb. 1 *a*).

Durch die gleichzeitige Drehung der Bürsten kann die Drehgeschwindigkeit der Maschine fliessend in weiten Grenzen eingestellt werden (durch Änderung des Winkels α), ausserdem wenn $\alpha > \pi/2$ (die Achse qq' wird überschritten) wird die Drehrichtung umgekehrt.

Anschliessend untersuchen wir die Bedingungen unter denen ein mechanischer Kommutator durch einen elektronischen ersetzt werden kann. In Abb. 1 *b* wird eine Rotorwicklung eines klassischen Repulsionsmotors mit N Spulen

gezeigt, die polygonal (geschlossene Wicklung) verbunden sind. Die Anzahl der Kollektorlammellen ist $N_k = N$. Wird die Kommutation nicht berücksichtigt und die Bürsten haben vernachlässigbare Dimensionen, dann ist die Wicklung durch zwei diametrale Punkte $A-B$, für eine Zeit $t_s = T/N_k$ kurz geschlossen (T—Dauer einer kompletten Drehung die Rotationsgeschwindigkeit wird als konstant angenommen). Nach Verlauf dieser Zeit werden die Bürsten die Wicklung durch andere zwei diametrale Punkte kurzschliessen, die von den ersten zwei Punkten um einen Winkel $\beta = 2\pi/N_k$ verschoben sind. Wenn sich der Rotor um einen Winkel $\gamma = \pi$ gedreht hat (es ist eine Zeit $t_r = T/2$ verlaufen) ist die Wicklung neuerlich durch $A - B$ kurzgeschlossen. Im Falle einer offenen Wicklung (Abb. 1 *c*) behalten obige Ausdrücke ihre Form, wobei aber $N_k = 2N$ ist.

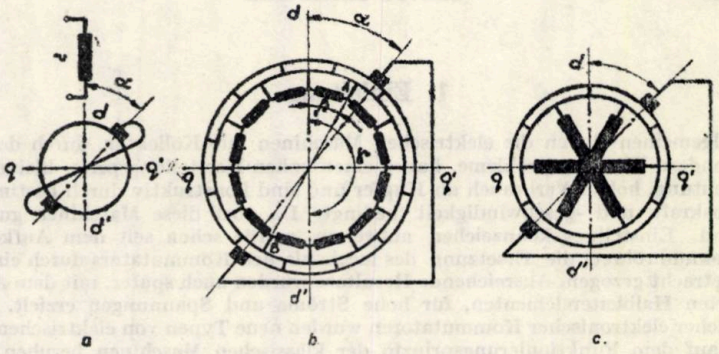


Abb. 1

Es entstehen folglich folgende Ausdrücke für die zwei Wicklungsarten:

Polygon: $t_{sp} = \dfrac{T}{N}$, $t_{rp} = \dfrac{T}{2}$, $\beta = \dfrac{2\pi}{N}$, $\gamma = \pi$.

Stern: $t_{ss} = \dfrac{T}{2N}$, $t_{rs} = \dfrac{T}{2}$, $\beta = \dfrac{\pi}{N}$, $\gamma = \pi$.

Aus dem Gezeigtem läßt sich folgern, daß um einen mechanischen Kommutator (Kollektor) durch einen elektronischen zu ersetzen, man die zwei Kollektorlamellen an die diametralen Punkte der Wicklung gebunden durch ein bidirektional gesteuertes Halbleiterelement (Tryak) oder durch zwei unidirektional gesteuerte Halbleiterelemente, die antiparallel montiert sind (Thyristoren) ersetzen müßte. Die Anzahl der nötigen bidirektionalen statischen Kommutationselemente wird $N_R = N_k/2$, oder für die zwei Wicklungstypen $N_{Rp} = N/2$, $N_{Rs} = N$, (Abb. 2).

Die Vergrösserung der Spulenanzahl der Wicklung führt zu besseren Anlaß- und Funktionsbedingungen [2], kompliziert aber die Herstellung (insbesondere der rotorische Positionstraduktor und die elektrischen Steuer- und Kraftschemen). Da die Phase der induzierten elektronischen Spannung

in der Rotorwicklung nicht konstant ist sondern von dem Wert des Winkels α und der Rotationsgeschwindigkeit abhängt und als solche muß die Steuerung durch eine Folge von Hochfrequenzimpulsen (im Vergleich zur Frequenz der Speisespannung) durchgeführt werden.

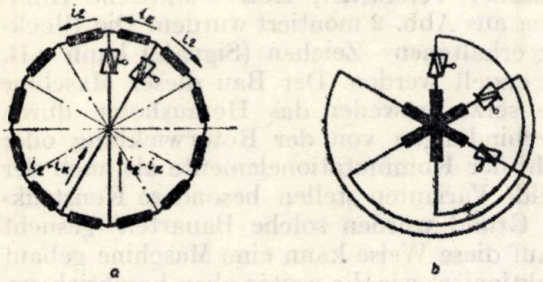


Abb. 2

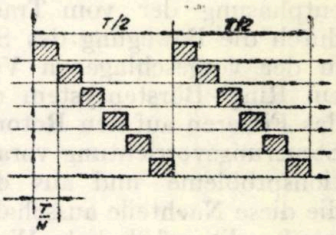


Abb. 3

In Abb. 3 wird das Diagramm der Steuerimpulse gezeigt, das für das Funktionieren der Maschine mit elektronischer Kommutation (Variante aus Abb. 2 *a*) nötig ist. Damit erhält jedes bidirektionale Kommutationselement eine Impulsfolge von der Dauer t_{sp}, zweimal im Verlauf einer vollständigen Umdrehung. Die Impulsfolge entspricht der Folge der diametralen Punkte der durch die entsprechenden Elemente kurzgeschlossenen Wicklung.

Nach Verlauf der Zeit t_{sp} muß das funktionierende Halbleiterelement gelöscht werden und eines der Elemente der kommenden Gruppe muß in Konduktion treten, es muß also eine erzwungene Kommutierung erfolgen. Dieses wird einfach erreicht für die polygonale Konnexion auf Grund der gespeicherten Energie in den Spulen die gerade kommutieren (K). Der Kurzschlußstrom (i_k) der sich bildet überlagert sich über den Strom des erlöschenden Halbleiterelementes und bewirkt das sofortige erlöschen dieses. Gleichzeitig erhält die entsprechende bidirektionale Gruppe keine Stromimpulse mehr, d.h. die Möglichkeit einer neuen Konduktion ist ausgeschlossen.

Im Falle der Sternförmigen Schaltung der Spulen wird die erzwungene Kommutation schwerer verwirklicht und es werden zusätzliche Vorrichtungen benötigt. Durch eine Blockentphasung der Steuerimpulse wird derselbe Effekt erhalten wie im Falle der Bewegung des Bürstenringes bei den klassischen Maschinen d.h. eine feine Einstellung der Rotationsgeschwindigkeit und eine einfache Umkehrung der Richtung.

Das Element das die Verbindung zwischen der Position des Rotors und dem benötigten Diagramm der Steuerimpulse sichert, ist der rotorische Positionstraduktor, ein Element das zur Konstruktion der meisten Typen von Maschinen mit elektronischer Kommutation verwendet wird. Dieses kann verwirklicht werden indem man Wahrnehmungselemente jedwelchen Typs verwendet: induktive, auf Grund des H a l leffektes, mit Magnetodioden, mit Photoelementen, mit radioaktiven Isotopen u.s.w.. Die geeignetesten für die gezeigten Modelle dieses ersten Teiles der Arbeit sind diejenigen vom induktiven Typ.

Anhand von Speisequellen von 5 ... 10 KHz wird das Zeichen des Traduktors verstärkt und bildet die nötige Steuerimpulsfolge. In Abb. 4 ist das Gesamtschema des Repulsionsmotors mit elektronischer Kommutation gezeigt, das von der klassischen Maschine ausgehend, erhalten wurde. In diesem Schema bedeuten: *MR* — eigentliche Maschine, *TPR* — rotorischer Positionstraduktor, *A* — elektronischer Verstärker, *ECS* — statische Kommutationelemente, die laut Schema aus Abb. 2 montiert wurden. Die Blockentphasung der vom Traduktor erhaltenen Zeichen (Signale) kann z.B. durch die Bewegung des Stators erzielt werden. Der Bau dieser Maschine in der vorgeschlagenen Variante setzt entweder das Herausholen durch ein Ring - Bürstensystem der Verbindungen von der Rotorwicklung oder das Fixieren auf den Rotor sowohl der Kommutationelemente als auch der Steuerungsvorrichtung voraus. Beide Varianten stellen besondere Konstruktionsprobleme und aus diesem Grund wurden solche Bauarten gesucht die diese Nachteile ausschalten. Auf diese Weise kann eine Maschine gebaut werden die auf ähnliche Weise funktioniert wie die weiter oben beschriebene, bei der sich aber die Primärwicklung im Rotor befindet (und auch monophasisch verteilt ist). Die Stromversorgung erfolgt durch ein Ring-Bürstensystem von aussen aus, mit Wechselstrom. Die kommutierte Wicklung der Maschine sitzt im Stator und kann selbstverständlich in beiden vorher gezeigten Varianten gebaut werden (Abb. 5 *a* u. 5 *b*). Diese Maschine unterscheidet sich bloß dadurch, daß sie von umgekehrter Konstruktion ist, ist aber auf identische Weise verwirklicht wie die vorhergezeigte und verhält sich dementsprechend auch gleich. In Abb. 5 *c* ist das Gesamtschema dieser Variante gezeigt. Man kann feststellen, daß sie aus denselben Elementen gebaut wurde. Für die gleiche Anzahl der Sektionen der Sekundärwicklung erscheinen im Schema keine Änderungen mehr, bloß im Bau der eigentlichen Maschine so wie sie oben beschrieben wurde.

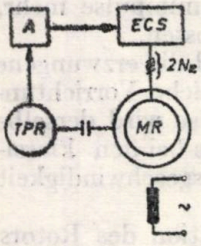


Abb. 4

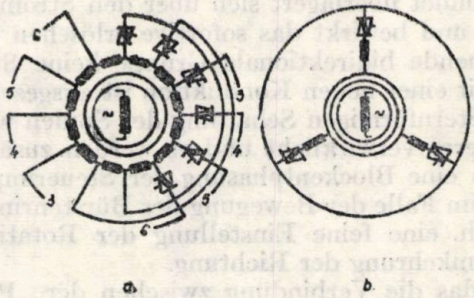
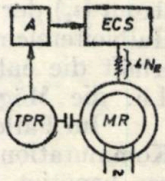


Abb. 5



Die Inbetriebnahme sowohl der einen als auch der anderen Variante ist auch in dem Falle möglich in dem die Kurzschließung nicht durch beide sondern nur durch einen Wechsel erfolgt, anhand eines einzigen unidirektionalen gesteuerten Halbleiterelementes. Freilich sind die funktionalen und energetischen Parameter dieser Maschine etwas schwächer.

3. Schlußfolgerungen

1. Es ist möglich eine Repulsionsmaschine mit elektronischem Kollektor in den gezeigten Varianten zu bauen (Abb. 2 u. 5) anhand der im Blockschema verwendeten Elemente (Abb. 4). Zum Funktionieren der Maschine ist ein rotorischer Positionstraduktor nötig der Impulse erzeugt, so wie sie im Diagramm aus Abb. 3 gezeigt werden.

2. In beiden Varianten erhält man eine ähnliche Funktionierung wie diejenige des T h o m s o nmotors. Wenn sich die Steuerimpulse blockentphasen erhält man denselben Effekt wie beim Bewegen der Bürsten d.h. Geschwindigkeitseinstellung und Richtungsänderung.

3. Sowohl funktional als auch aus Kommutationsgründen ist es angezeigt eine geschlossene Wicklung zu verwenden.

Eingegangen am 24. September 1975

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Grundlagen
der Elektrotechnik, elektrische
Messungen und Maschinen

LITERATURVERZEICHNIS

1. H a r g h e l S., *Motor cu repulsie.* Brevet R.S.R., nr. *70021* (1974).
2. H a r g h e l S., S i m i o n Al., G r o v u M., *Einige Betrachtungen über die Anlassbedingungen der Repulsionmotoren mit Kommutatorkreis.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *1—2,* s. III (1974).
3. M ă g u r e a n u R., *Maşini electrice cu comutaţie electronică.* Electrotehnica, *12* (1969).
4. С о н и н Ю. П., *Токи обмоток и вращающий момент однофазного вентильного двигателя.* Электромеханика, *7* (1970).

ASUPRA POSIBILITĂŢILOR DE APLICARE A COMUTAŢIEI STATICE LA MOTORUL CU REPULSIE

(Rezumat)

Dezvoltarea actuală a tehnicii semiconductoarelor a permis realizarea unor maşini cu caracteristici similare celor clasice, la care s-a substituit colectorul cu un sistem de comutaţie electronică. În studiul întreprins se fac unele precizări asupra posibilităţilor de realizare a unor maşini cu comutaţie electronică, similare maşinii cu repulsie cu un rînd de perii diametrale decalabile (motorul T h o m s o n). În prima parte a lucrării se prezintă unele chestiuni generale şi două din variantele posibile de execuţie. În partea a doua se vor da amănunte referitoare la construcţia traductorului de poziţie rotoric şi se va prezenta o a treia variantă.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.K. 621.3.018.3

VERZERRUNGSBETRIEB ALS STOCHASTISCHER PROZESS

EINE ALIGEMEINE ÄQUIVALENTE SCHALTUNG DES ELEKTRISCHEN INDUSTRIELLEN NETZWERKES, UNTERLAGE DES VERZERRUNGSBETRIEBES

VON
M. VOICU

1. Einführung

Dieser Aufsatz ist der zweite aus der Reihe, die im [1] angekündigt wurde.

Die im [1] durchgeführte Analyse zeigte, daß die Entwurfsvoraussetzungen (z. B. werden determinierte Signale vorausgesetzt) der für die Dämpfung des Verzerrungsbetriebes von industriellen elektrischen Netzwerken bestimmten Resonanzfilter praktisch nicht erfüllt sind.

Mit diesem Aufsatz beginnt eine systematische Analyse des Verzerrungsbetriebes unter Berücksichtigung des Gesichtspunktes, daß der Verzerrungsbetrieb ein stochastischer Prozeß ist. Es wird eine neue Definition des Verzerrungsbetriebes ausgesagt und eine allgemeine äquivalente Schaltung des industriellen elektrischen Netzwerkes als Unterlage des Verzerrungsbetriebes erhalten.

2. Definitionen und Hypothesen

2.1. Definitionen

Der Verzerrungsbetrieb von einem industriellen elektrischen Netzwerk ist ein Vorgang, der durch nur auf endlichen Intervallen (links geschlossen, rechts offen) $I_\mu \subset R_+$, $\mu \in N$, periodisch mit der Periode T und nichtsinusförmig auftretenden Zeitfunktionen $f(t)$ (Spannung, Strom) so charakterisiert werden kann, daß es gilt:

$$(1) \qquad f(t) = f(t+T), \qquad \forall t,\ t+T \in I_\mu\ ,$$

$$(2) \qquad \bigcap_{\mu \in N} I_\mu = \varnothing, \qquad (3) \qquad \bigcup_{\mu \in N} I_\mu = R_+ = [0, +\infty).$$

Die Oberschwingung (Spannung, Strom) ist eine sinusförmige Zeitfunktion, deren Frequenz das ganzzählige Vielfache einer Grundfrequenz $f = 1/T$ ist und deren Amplitude und Phase nur auf endlichen Intervallen I_μ so konstantbleibend sind, daß die Beziehungen (1) ... (3) gelten.

Ein verzerrender elektrischer Rezeptor ist eine Gruppierung von elektrischen Verbrauchern mit nichtlinearen pseudostationären Kennlinie der in der Gesamtheit und im Sinne der obigen Definition den Verzerrungsbetrieb in den industriellen elektrischen Netzwerken erzeugen.

2.2. Hypothesen

Die Funktion $f(t)$, $t \in R_+$, durch die der Verzerrungsbetrieb charakterisiert sein kann, erfüllt auf I_μ die Dirichletschen Bedingungen, d.h., daß jeder Intervall $[t, t + T] \subset I_\mu$ in einer endlichen Zahl von Subintervallen zerlegbar sein kann und auf jeder $f(t)$ stetig und monoton ist. Die Konsequenz ist, daß die Fourier-Reihe der $f(t)$ auf jeden $I_\mu \subset R_+$, $\mu \in N$, existiert und zu $f(t)$ konvergiert.

Die Periode T, die gleiche auf den ganzen Definitionsbereich R_+, muß die Bediengung

$$T \leqslant \| I_\mu \| = \max (|\theta - \eta|; \theta, \eta \in I_\mu), \quad \forall \mu \in N, \tag{4}$$

erfüllen.

Unter diesen Umständen kann man die Fourier-Reihe schreiben

$$f(t) = a_0^{I_\mu} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k^{I_\mu} \cos \frac{2k\pi}{T} t + b_k^{I_\mu} \sin \frac{2k\pi}{T} t\right), \tag{5}$$

wobei $a_0^{I_\mu}$, $a_k^{I_\mu}$, $b_k^{I_\mu}$ die Fourier-Koeffizienten auf jeden I_μ sind. Der Koeffizent $a_0^{I_\mu}$ legt den konstanten Bestandteil des Verzerrungsbetriebes fest, der in der Regel gleich null ist, und die Summanden

$$a_k^{I_\mu} \cos \frac{2k\pi}{T} t + b_k^{I_\mu} \sin \frac{2k\pi}{T}, \quad (k = 1, 2, \ldots), \tag{6}$$

legen die Oberschwingungen der Funktion $f(t)$ im Sinne der Definition von § 2.1 fest.

Generell betrachtet und in den Grenzen der Definitionen des Verzerrungsbetriebes kann die Funktion $f(t)$ ein stochastischer Prozeß sein.

Die stochastischen Aspekte der Funktion $f(t)$ verwirklichen sich in den Zeitabständen $\| I_\mu \| = \tau_\mu$, die sich zufällig verändern und in den Werten der Koeffizenten $a_0^{I_\mu}$, $a_k^{I_\mu}, b_k^{I_\mu}$, bzw. in den Amplituden und den Phasen der Oberschwingungen, die sich von I_μ zu $I_{\mu+1}$, $\forall \mu \in N$, zufällig verändern.

Daraus ergibt sich, daß die Oberschwingungen (Spannung, Strom) ganz allgemein stochastische Prozeße aus der Klasse der Schmallbandrauschen [5] sind.

Der Verzerrungsbetrieb in der Gesamtheit ist eine Summe von Schmallbandrauschen.

Der so definierte Verzerrungsbetrieb kann zusammenfassend und quantitativ durch den als quadratische Wurzel vom quadratischen Mittel-

wert des Gesamtoberschwingungsanteils gerechneten Verzerrungsrest eingeschätzt werden. Analytisch wird diese Größe folgendermassen festgelegt

$$(7) \qquad R_d = \left[\lim_{T_0 \to \infty} \frac{1}{T_0} \int_0^{T_0} (a_0^{I_\mu} + \sum_{k=2}^{\infty} (a_k^{I_\mu} \cos \frac{2k\pi}{T} t + b_k^{I_\mu} \sin \frac{2k\pi}{T} t)^2 \mathrm{d}t \right]^{1/2}.$$

3. Die allgemeine äquivalente Schaltung

Die Unterlage des Verzerrungsbetriebes ist das industrielle elektrische Netzwerk, in dem man zwei Teile, nämlich den verzerrenden Rezeptor und das folglich elektrischen Netzwerk unterscheidet.

Die Parameter des verzerrenden Rezeptors und des folglich elektrischen Netzwerkes sind zeitvariant, so daß sich langsam in langdauernden Zeitabständen die viel größer als die Zeitkonstantensumme des Systems sind, verändern. Infolge dessen kann man für Zeitabstände die vergleichbar mit der Dauer des vorübergehenden Betriebes des Systems sind, annehmen, daß die Parameter des Systems nicht zeitvariant sind.

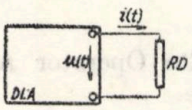


Abb. 1

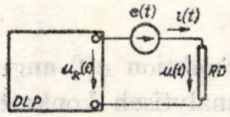


Abb. 2

Das dreiphasige und symmetrische industrielle Netzwerk kann nur für eine Phase durch einen mit einem nichtlinearen Element gekoppelten aktiven Zweipol (DLA — Abb. 1), dargestellt werden, wobei $u(t)$ die Spannung am DLA und $i(t)$ der Strom sind. Daher ist es möglich, mit dem Theorem des äquivalenten Netzwerkes (Ersatzspannungsquelle) auf die Struktur (Abb. 2) überzugehen, wobei z_{sc} (t) die auf die Zeit bezogene Kurzschlußimpedanz des passiven linearen Netzwerkes, $e(t)$ die äquivalente EMK des Netzwerkes, $u_{sc}(t)$ die Spannung an der Kurzschlußimpedanz sind.

Man kann dann schreiben

$$(8) \qquad e(t) - u(t) = \int_0^t z_{sc}(t-\tau) i(\tau) \mathrm{d}\tau, \qquad (9) \qquad i(t) = \mathcal{N}[u(t)],$$

dabei $\mathcal{N}$ ein integraler nichtlinearer Operator ist.

Die Beziehungen (8) und (9) können durch eine wie in Abb. 3 gezeichnete Blockschaltung dargestellt werden. Diese konventionelle Darstellung hebt eine negative Rückkopplung hervor und führt natürlicherweise zur Idee der Betrachtung der Verzerrungsbetriebsdämpfung mit den Mitteln der Theorie der Regelungssysteme.

In der Folge wird angenommen, daß der integrale nichtlineare Operator $\mathcal{N}$ die Trennungsvoraussetzung [7] erfüllt, nämlich

$$(10) \qquad i(t) = F\{\Lambda_{y_L}[u(t)]\},$$

wobei F eine auf R definierte Funktion und Λ_{y_L} ein integraler linearer von einer Funktion $y_L(t)$, $t \in R_+$, erzeugter Mikusinskischer Operator [8], ist.

Die physikalische Bedeutung der Beziehung (10) besteht darin, daß das nichtlineare Element (EN) eine konventionelle Trennung in zwei Teilen so zuläßt, daß ein Teil ein lineares Verzögerungsglied ist und durch die Funktion $y_L(t)$ beschreibbar sein kann und der andere Teil ein rein nichtlineares gedächtnisloses Glied ist und durch die Funktion F beschreibbar sein kann. Die konventionelle Trennung die durch die Beziehung (10) angenommen wurde, ist graphisch in Abb. 4 dargestellt.

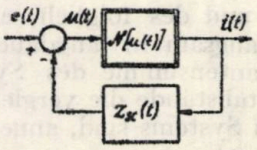


Abb. 3

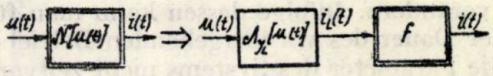


Abb. 4

Der für die Funktion $u(t)$ angewandte Operator Λ_{y_L} wird durch die Faltungsintegrale analytisch konkretisiert

$$i_L(t) = \Lambda_{y_L}\,[u(t)] = \int_0^t y_L(t-\tau)\,u\,(\tau)\,\mathrm{d}\tau. \tag{11}$$

Nimmt man an, daß die Funktion $F[i_L(t)]$ in zwei Ausdrücken so zerlegbar ist, daß einer linear und der andere nichtlinear ist, d. h.

$$F[i_L(t)] = c_1 i_L(t) + F_1[i_L(t)], \tag{12}$$

dann wird die Beziehung (10) folgendermassen geschrieben

$$i(t) = \int_0^t y_1(t-\tau)\,u\,(\tau)\mathrm{d}\tau + i_p(t), \tag{13}$$

wobei

$$y_1(t) = c_1 y_L(t), \tag{14}$$

$$i_p(t) = F_1[i_L(t)]. \tag{15}$$

Die Bedeutung der Beziehung (13), deren Darstellung als Blockschaltung in Abb. 5 gegeben ist, ist die, daß der verzerrende Rezeptor (EN) seinem linearen Verzögerungsglied und einer inneren summierenden Störung $i_p(t)$ gleichwertig sein kann.

Die Blockschaltung aus Abb. 3 geht mit der in Abb. 5 dargestellten Struktur auf die Blockschaltung aus Abb. 6 über. Die konventionelle Quelle des Verzerungsbetriebes ist die innere Störung $i_p(t)$ des verzerrenden Rezeptors.

Der Strom $i(t)$, die Ausgangsgröße der Blockschaltung (Abb. 6), ist die Lösung der Volterraschen Gleichung zweiter Art

$$(16) \quad i(t) + \int_0^t \int_0^\tau y_1(t-\tau) z_{sc}(\tau-\theta) i(\theta)\, d\tau\, d\theta = i_p(t) + \int_0^t y_1(t_1-\tau)\, e(\tau) d\tau,$$

die durch die Beseitigung der Spannung $u(t)$ zwischen den Gleichungen (8) und (13) zu erhalten ist.

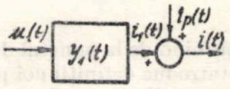


Abb. 5

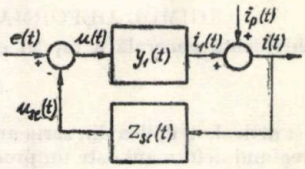


Abb. 6

Dieser Strom enthält zwei Anteile: der erste als Wirkung der EMK $e(t)$ und der zweite als Wirkung der Störung $i_p(t)$.

Die Gleichung (16) und die allgemeine äquivalente Blockschaltung aus Abb. 6 ermöglichen die direkte Anwendung der bekannten Syntheseverfahren zur Bestimmung der Dämpfungsfilter für den Verzerrungsbetrieb als Optimalfilter. Um dieses Problem zu lösen ist es notwendig eine Analyse der Störung $i_p(t)$ mittels dynamisch statistischer Methoden durchzuführen.

4. Schlußfolgerungen

1. Die Arbeit befaßt sich am Anfang mit einer allgemeinen Festlegung einiger für den Verzerrungsbetrieb spezieller Begriffe wie Verzerrungsbetrieb, Oberschwingung, verzerrender Rezeptor und es werden die Hypothesen der Analyse des Verzerrungsbetriebes mittels dynamisch statistischer Methoden verdeutlicht.

2. Man erhält die allgemeine äquivalente Blockschaltung des industriellen elektrischen Netzwerkes als Unterlage des Verzerrungsbetriebes, in der als Ursache des Verzerrungsbetriebes eine innere stochastische Störung des verzerrenden Rezeptors angenommen wird.

Eingegangen am 18. April 1976

Technische Hochschule, Jassy,
Lehrstuhl für Elektroenergieanwendung
und Regelungstechnik

LITERATURVERZEICHNIS

1. Voicu M., *Über die Entwurfsvoraussetzungen der für die Dämpfung des Verzerrungsbetriebes von industriellen elektrischen Netzwerken bestimmten Resonanzfilter.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XX (XXIV), *3—4*, s. III, 83 (1975).
2. Voicu M., *Asupra compensării optimale a regimului deformant din reţelele electrice industriale prin folosirea unor filtre Wiener autoadaptive.* Dokt. Diss., Technische Hochschule, Jassy, 1974.

3. Voicu M., Sebastian L., *Analyse des Verzerrungsbetriebes von industriell angewandten elektrischen Netzwerken mittels dynamisch statistischer Methoden.* ETZ — A, 95, 6, 310—315 (1974).
4. Tolstov G. P., *Serii Fourier,* (aus Russisch übersetzt). Ed. Tehn., Buc., 1955.
5. Schlitt H., *Theorie geregelter Systeme. Stochastische Vorgänge in linearen und nichtlinearen Regelkreisen.* Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1968.
6. Preda M., *Bazele electrotehnicii.* Vol. II, EDP, Buc., 1969.
7. Spătaru Al., *Teoria transmisiunii informaţiei. Semnale şi perturbaţii.* Ed. Tehn., Buc., 1971.
8. Haimovici A., *Ecuaţii diferenţiale şi ecuaţii integrale.* EDP, Buc., 1965.

REGIMUL DEFORMANT CA PROCES STOCHASTIC.

Schema echivalentă generală a reţelei electrice industriale, sediu al regimului deformant

(Rezumat)

În acest articol, al doilea din seria anunţată în [1], pornind de la punctul de vedere conform căruia regimul deformant este un proces stochastic, se introduc definiţii noi pentru o serie de noţiuni specifice regimului deformant, se enunţă ipotezele analizei regimului deformant cu mijloacele dinamicii statistice şi se obţine o schemă bloc generală a reţelei electrice industriale în care drept cauză a regimului deformant se consideră o perturbaţie stochastică internă a receptorului deformant.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D. C. 52-501.14

THE SYNTHESIS OF AUTOMATIC LINEAR SYSTEMS WITH TIME-VARYING PARAMETERS (II)

BY

VALERIU MUNTEANU and N. ALEXANDRU

1. Introduction

The synthesis of linear systems with time-varying parameters was studied [1] for the case of simple either real or complex poles.

In the present paper the synthesis of linear systems with time-varying parameters was studied for the case of multiple either real or complex poles. In this case we tried to determine the structure of a regulator which connected in cascade with the regulated object must behave as a system with constant parameteres and fulfill the directions imposed by the beneficiary.

2. Determination of the Form of the $C(s, t)$ Operator for the Case of a System with Constant Parameters having a Multiple Real Pole λ of the n^{th} Order

The operational equation of the regulator is, according to [1]:

$$C(s, t)x_a = L(s, t)M^{-1}(s)x_a, \tag{1}$$

where $C(s, t)$ is an unknown operator for the moment, which characterizes the regulator,

$$L(s, t) = \sum_{\theta=0}^{r} C_\theta(t)s^\theta \tag{2}$$

is the operator which characterizes the regulated object,

$$s = \mathrm{d}/\mathrm{d}t, \tag{3}$$

$$M(s) = a_n(s - \lambda)^n \tag{4}$$

is the operator which characterizes the system with constant parameters having a real multiple pole of the n^{th} order, $M^{-1}(s)$ is the reverse operator for $M(s)$.

Substituting (2) and (4) in (1) one gets:

$$C(s, t)x_a = \frac{1}{a_n}\left[C_r(t)\frac{s^r}{(s-\lambda)^n} + \ldots + C_1(t)\frac{s}{(s-\lambda)^n} + C_0(t)\frac{1}{(s-\lambda)^n}\right]x_a . \tag{5}$$

But

$$(6)\qquad C_r(t)\frac{s^r x_a}{(s-\lambda)^n} = C_r(t)\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(n-k)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^{n-k}\lambda^r}{\mathrm{d}\lambda^{n-k}}\cdot\frac{x_a}{(s-\lambda)^k},$$

$$(6_1)\qquad C_{r-1}(t)\frac{s^{r-1}x_a}{(s-\lambda)^n} = C_{r-1}(t)\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(n-k)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^{n-k}\lambda^{r-1}}{\mathrm{d}\lambda^{n-k}}\cdot\frac{x_a}{(s-\lambda)^k},$$

. . . . . .

$$(6_{r-1})\qquad C_1(t)\frac{sx_a}{(s-\lambda)^n} = C_1(t)\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{(n-k)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^{n-k}\lambda}{\mathrm{d}\lambda^{n-k}}\cdot\frac{x_a}{(s-\lambda)^k},$$

$$(6_r)\qquad C_0(t)\frac{x}{(s-\lambda)^n} = C_0(t)\frac{x}{(s-\lambda)^n}.$$

Adding Eqs. (6), (6_1), ..., (6_{r-1}), (6_r) it results:

$$\begin{aligned}\sum_{\theta=0}^{r} C_\theta(t)\frac{s^\theta x_a}{(s-\lambda)^n} &= [C_r(t)\lambda^r + C_{r-1}(t)\lambda^{r-1} + \ldots + C_1(t)\lambda + C_0(t)]\frac{x_a}{(s-\lambda)^n} + \\ &+ \frac{x_a}{(s-\lambda)^{n-1}}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\lambda}[C_r(t)\lambda^r + C_{r-1}(t)\lambda^{r-1} + \ldots + C_1(t)\lambda] + \\ &+ \frac{x_a}{(s-\lambda)^{n-2}}\cdot\frac{1}{2!}\frac{\mathrm{d}^2}{\mathrm{d}\lambda^2}[C_r(t)\lambda^r + C_{r-1}(t)\lambda^{r-1} + \ldots + C_2(t)\lambda^2] + \\ &+ \ldots + \frac{x_a}{s-\lambda}\cdot\frac{1}{(n-1)!}\cdot\frac{\mathrm{d}^{n-1}}{\mathrm{d}\lambda^{n-1}}[C_r(t)\lambda^r].\end{aligned} \tag{7}$$

Introducing the notation:

$$(8)\qquad L(\lambda, t) = C_r(t)\lambda^r + C_{r-1}(t)\lambda^{r-1} + \ldots + C_1(t)\lambda + C_0(t)$$

and taking into account Rel. (5), Eq. (7) may be written under the equivalent form:

$$(9)\qquad C(s, t)x_a = \frac{1}{a_n}\sum_{k=0}^{n-1}\frac{1}{k!}\cdot\frac{\partial^k L(\lambda, t)}{\partial\lambda^k}\cdot\frac{x_a}{(s-\lambda)^{n-k}} + \frac{C_n(t)}{a_n},\quad \text{for } r = n,$$

$$(10)\qquad C(s, t)x_a = \frac{1}{a_n}\sum_{k=0}^{r}\frac{1}{k!}\cdot\frac{\partial^k L(\lambda, t)}{\partial\lambda^k}\cdot\frac{x_a}{(s-\lambda)^{n-k}},\quad \text{for } r < n.$$

3. The Physical Realization of the Regulator for the Case of a Real Multiple Pole λ of the n^{th} Order

The structural diagrams of the regulator according to Rels. (9) and (10), for the case $r = n$ and $r < n$ respectively, are shown in Figs. 1 and 2.

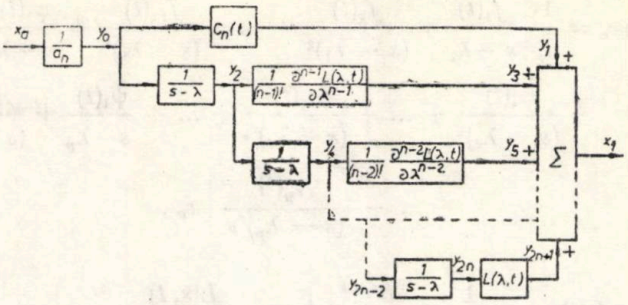


Fig. 1

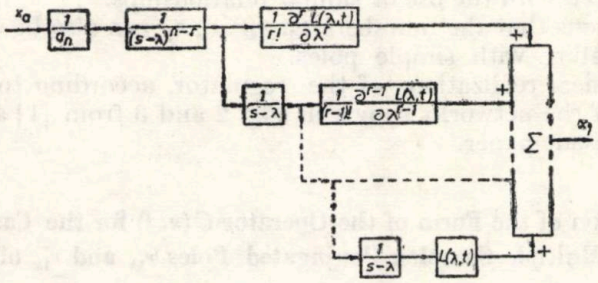


Fig. 2

4. Determination of the Form of the Operator $C(s,t)$ for the Case of a System with Constant Parameters having Real Simple and Multiple Poles

In this case the operational equation of the regulator has the form:

$$C(s,\,t)x_a = \frac{C_r(t)\,s^r + C_{r-1}(t)\,s^{r-1} + \ldots + C_1(t)\,s + C_0(t)}{a_n(s-\lambda_1)^{r_1}(s-\lambda_2)^{r_2}\ldots(s-\lambda_p)^{r_p}},$$

where: $\lambda_1, \ldots, \lambda_p$ are the real poles of the automatic linear system with constant parameters, $r_1, \ldots, r_p$ — real numbers and

$$r_1 + r_2 + \ldots + r_p = n. \tag{12}$$

By examining Rels. (20), (21) from [1] and (9) and (10) from the present paper, one can affirm that an expression having the form (11) can be splitted into simple fractions, in the same way as in the case of rational expressions with constant coefficients, s being formally considered in the calculations as an algebraic variable. Based upon this remark it results for $r < n$:

$$C(s,\ t)x_a = \frac{1}{a_n}\left[\frac{f_1(t)}{s-\lambda_1} + \frac{f_2(t)}{(s-\lambda_1)^2} + \ldots + \frac{f_{r1}(t)}{(s-\lambda_1)^{r_1}} + \frac{\varphi_1(t)}{s-\lambda_2} + \right.$$

$$+ \frac{\varphi_2(t)}{(s-\lambda_2)^2} + \ldots + \frac{\varphi_{r_2}(t)}{(s-\lambda_2)^{r_2}} + \ldots + \frac{\psi_1(t)}{s-\lambda_p} + \frac{\psi_2(t)}{(s-\lambda_p)^2} + \tag{13}$$

$$\left. + \ldots + \frac{\psi_{r_p}(t)}{(s-\lambda_p)^{r_p}}\right] x_a\,,$$

where :

$$f_k(t) = \frac{1}{(r_1-k)!}\,\frac{\partial^{r_1-k}}{\partial s^{r_1-k}}\left|\frac{L(s,t)}{(s-\lambda_2)^{r_2}\ldots(s-\lambda_p)^{r_p}}\right|_{s=\lambda_1}. \tag{14}$$

The other functions $\varphi_i(t)$, $(i = 1,\ 2,\ \ldots\ ,r_2)$, $\psi_j(t)$, $(j = 1,\ 2,\ \ldots\ ,r_p)$, can also be calculated with the use of similar relationships.

It is obvious that the numbers $r_1, r_2, \ldots, r_p$ can also be equal to unity, when it is dealing with simple poles.

The physical realization of the regulator, according to rel. (14), is a combination of the networks shown in Fig. 2 and 3 from [1] and Fig. 1 and 2 from the present paper.

5. Determination of the Form of the Operator $C(s, t)$ for the Case of a System having Multiple Complex Conjugated Poles $\underline{r}_{1k}$ and $\underline{r}^*_{1k}$ of the n^{th} Order

The operational equation of the regulator in this case has the form :

$$C(s,\ t)x_a = \frac{L(s,\ t)x_a}{a_{2n}\,(s^2 + b_{1,1}\,s + b_{0,1})^n}\,, \tag{15}$$

where :

$$b_{1,1} = -(\underline{r}_{1,1} + \underline{r}^*_{1,1}),\quad b_{0,1} = \underline{r}_{1,1}\cdot\underline{r}^*_{1,1}. \tag{16}$$

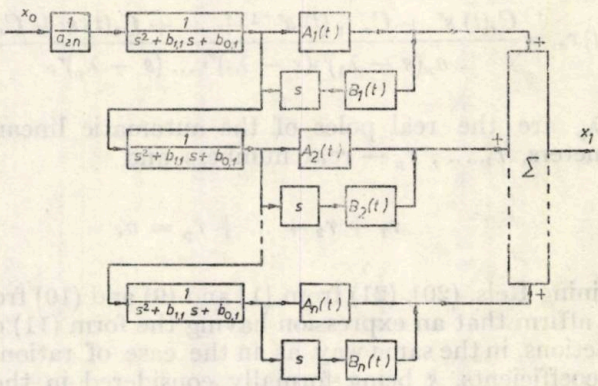


Fig. 3

The equation (15) may also be represented as :

$$C(s, t)x_a = \frac{C_r(t)s^r + C_{r-1}(t)\, s^{r-1} + \ldots + C_1(t)s + C_0(t)}{a_{2n}(s^2 + b_{1,1}\, s + b_{0,1})^n} =$$

(17)

$$= \frac{1}{a_{2n}} \left[\frac{A_1(t) + sB_1}{s^2 + b_{1,1}\, s + b_{0,1}} + \frac{A_2(t) + sB_2(t)}{(s^2 + b_{1,1}\, s + b_{0,1})^2} + \ldots + \frac{A_n(t) + sB_n(t)}{(s^2 + b_{1,1}\, s + b_{0,1})^n} \right].$$

According to [1] and to the present paper it results that the functions $A_i(t)$, $B_i(t)$, $(i = 1, 2, \ldots, n)$, can be determined from the rel. (17) by the classical method of undetermined coefficients, in the calculations s being formally considered as an algebraic variable.

The physical realization of the regulator, according to rel. (17), is shown in Fig. 3.

6. Conclusions

For the case of simple and multiple either real or complex poles, the physical realization of the regulator is a cascade of elements of the first or second order with constant parameters, followed by amplifiers with time-variable gain.

From [1] and the present paper one concludes that the synthesis method is quite general as it can be applied to every possible case in practice. The physical realization is an easy one, the derivability of the $C_0(t)$, $(\theta = 0, 1, \ldots, r)$, coefficients is not required as in the method of A. R. Stubberud [3].

Received, December 21, 1974

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Physics and Electronics

REFERENCES

1. Munteanu V., Alexandru N., *The Synthesis of Automatic Linear Systems with Time-Varying Parameters* (I). Bul. Inst. polit. Iași, XXI (XXV), *3—4*,s. III (1975).
2. Kirszemblat A., *Calcul opérationnel généralisé des systèmes linéaires paramétriques.* Ann. des telécom., *11—12* (1969).
3. Stubberud A. R., *Linear Time - Variable System Synthesis Techniques in Modern Control Systems Theory.* Edit. C.T. Leondes, Mc Graw Hill, N. Y., 1965.

SINTEZA SISTEMELOR AUTOMATE LINIARE CU PARAMETRI VARIABILI ÎN TIMP (II)

(Rezumat)

Se prezintă o metodă generală de sinteză a sistemelor automate liniare cu parametri variabili în timp.

Cunoscîndu-se stuctura sistemului cu parametri variabili în timp, se determină structura unui regulator, astfel încît cascada regulator — sistem cu parametri variabili în timp să aibă o comportare dorită (impusă de beneficiar).

Metoda de sinteză este relativ simplă, structura regulatorului este ușor realizabilă fizic și economică.

În metoda de sinteză nu se impun restricții asupra funcțiilor de timp care caracterizează parametrii variabili ai sistemului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. Z. 681.142.1.01

UN ALGORITM DE SINTEZĂ STRUCTURALĂ A SCHEMELOR COMBINAȚIONALE PE BAZA GRAFULUI ASOCIAT

DE

SIMONA CABA

1. Problema sintezei schemelor combinaționale cuprinde două etape și anume: a) sinteza abstractă, care presupune determinarea expresiei matematice a funcțiilor booleene, deduse din tabela de adevăr concepută din cerințele precizate în tema de proiectare; b) sinteza structurală, care constă în determinarea precisă a structurii fizice a circuitului.

Tabela de adevăr determinată în etapa sintezei abstracte constituie de fapt cea de a doua matrice de incidență a grafului asociat schemei. În coloanele celei de a doua matrice de incidență se trec toate variabilele independente și funcțiile, inclusiv sursa de alimentare. Astfel, în cazul în care există m variabile independente și n funcții (bobine), a doua matrice de incidență va conține $m + n + 1$ coloane. Liniile celei de a doua matrice de incidență se notează în ordine, fiind atîtea linii cîte situații totale de alimentare a tuturor bobinelor releelor și contactoarelor există. În fiecare linie se trec situațiile din tabela de adevăr corespunzătoare alimentării bobinelor, care corespund de fapt ciclurilor din graful asociat schemei.

2. Problema sintezei se reduce la construirea grafului asociat schemei din cea de a doua matrice de incidență. În acest scop, cea de a doua matrice de incidență trebuie să fie pusă sub forma din fig. 1, în care primele ν linii și coloane constituie matricea unitate, urmînd apoi $m - \nu$ coloane cu elemente diferite, care formează o submatrice M_2. Se demonstrează că dacă există graful care are a doua matrice de incidență de forma din fig. 1, atunci submatricei M_2, formată din coloanele $b^{\nu+1}, \ldots, b^m$ ale matricei din fig. 1,

	b_1	b_2			b_ν	$b_{\nu+1}$	$b_{\nu+2}$			b_m	U
1	1	...	...	...	b_1^ν	$b_1^{\nu+1}$	$b_1^{\nu+2}$	...	...	b_1^m	1
2	...	1	...	...	b_2^ν	$b_2^{\nu+1}$	$b_2^{\nu+2}$	...	...	b_2^m	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	1
ν	...	...	...	...	1	$b_\nu^{\nu+1}$	$b_\nu^{\nu+2}$	...	...	b_ν^m	1

Fig. 1

îi corespunde un graf de legătură parțial (arborele grafului inițial care conține toate nodurile lui), iar primele ν coloane ale matricei sînt muchii de legătură în graf (muchii care adăugate grafului parțial formează cu acesta cicluri în graful inițial).

În cazul în care cea de a doua matrice de incidență obținută din tabela de adevăr nu apare sub forma particulară din fig. 1, se poate particulariza prin adăugarea în față a ν coloane fictive, fiecare avînd cifra 1 situată în linia egală cu numărul de ordine al coloanei. Această particularitate nu afectează cu nimic schema proiectată, deoarece muchiile corespunzătoare acestor coloane fictive corespund în schema electrică cu circuite permanent închise în serie cu circuitele de contacte. Pentru a se putea construi graful din cea de a doua matrice de incidență este necesar și suficient ca în submatricea M_2 coloanele să poată fi partiționate în două mulțimi, astfel ca în nici una dintre mulțimi să nu existe coloane intersectate. b^k și b^l fiind două coloane ale submatricei, acestea sînt intersectate, dacă se realizează simultan condițiile :

$$b_i^k = 1,\ b_i^l = 1,\ \text{pentru orice } i;$$
$$b_j^k = 0,\ b_j^l = 1,\ \text{pentru orice } j;$$
$$b_s^k = 1,\ b_s^l = 0,\ \text{pentru orice } s.$$

Fiind îndeplinite condițiile de mai sus se construiește arborele care are ca ramură inițială coloana tensiune de alimentare U. În cele două noduri extreme ale ramurii de bază se așează coloane din cele două mulțimi, în ordine descrescătoare ca mărime. Arborele corespunzător submatricei M_2 se încheie cu muchii de conexiune, obținîndu-se cicluri în graful corespunzător celei de a doua matrice de incidență. Se construiește schema asociată grafului astfel obținut, schemă care realizează condițiile tabelei de adevăr.

Pentru partiția coloanelor submatricei M_2 în cele două mulțimi care să nu conțină coloane intersectate, se construiește graful intersecțiilor. Nodurile acestui graf corespund tuturor coloanelor submatricei după eliminarea nodului sursă de alimentare. Două noduri se unesc printr-o muchie în cazul în care coloanele corespunzătoare acestor noduri sînt intersectate. Partiția coloanelor submatricei M_2 în două mulțimi corespunde partiției nodurilor grafului intersecțiilor în două mulțimi astfel încît să nu existe muchii care să unească nodurile aceleiași mulțimi, deci condiția de diviziune a coloanelor este ca graful intersecțiilor să fie bifracționar. Topologic, se construiește un arbore în graful intersecțiilor și se împart nodurile arborelui în cele două mulțimi. Muchiile de legătură între nodurile care aparțin mulțimilor diferite poartă numele de *muchii pare*, iar cele care unesc noduri ale aceleiași mulțimi se numesc *muchii impare*. Dacă graful intersecțiilor este bifracționar el conține numai muchii pare, în caz contrar conține și muchii impare. Pentru a putea stabili prima matrice de incidență este necesară eliminarea tuturor muchiilor impare, ceea ce se realizează prin desfacerea coloanelor, respectiv duplicarea nodurilor intersectate. Această duplicare determină în schema proiectată creșterea numărului de contacte. Din acest motiv, în graful intersecțiilor trebuie ales arborele care să conțină un număr minim de legături impare. Pentru ca în schema proiectată să nu fie introduse cicluri false este

necesar ca cea de a doua matrice de incidență să fie adusă inițial la forma minimă.

Sinteza schemelor de contacte după metoda prezentată poate fi realizată pe un calculator cifric. Algoritmul de calcul este prezentat în fig. 2.

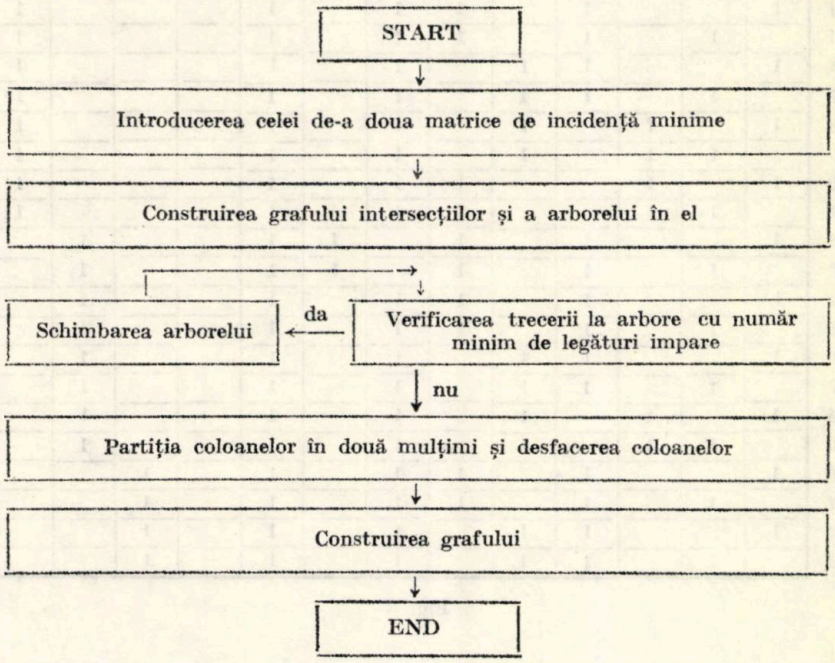


Fig. 2

3. Pentru exemplificare se consideră sinteza schemei de comandă a unui transportor cu trei secțiuni. Fie $M1$, $M2$, $M3$ cele trei motoare de acționare a benzilor. Pentru evitarea aglomerării de material, ordinea de pornire a celor trei motoare trebuie să fie $M3-M2-M1$, iar ordinea de oprire $M1-M2-M3$. Comanda se realizează centralizat, printr-un buton de pornire și un buton de oprire. Pentru alimentarea motoarelor se folosesc trei contactoare de linie, fie acestea A, B, C. Din condițiile de proiectare impuse rezultă cea de a doua matrice de incidență ca în fig. 3. După minimizarea celei de a doua matrice de incidență pe baza proprietăților algebrei booleene și anume nonconcordanța, terțul exclus și adiacența, se obține matricea din fig. 4.

Construind graful intersecțiilor, acesta apare ca în fig. 5, în care cu linii pline s-a trasat arborele, cu linii întrerupte legăturile pare, iar cu linii punct legăturile impare.

Se constată că pentru eliminarea legăturilor impare este necesară duplicarea nodurilor B și C. După duplicare și particularizarea celei de a doua matrice de incidență, aceasta devine de forma indicată în fig. 6. Cele două mulțimi în care s-au partiționat nodurile grafului intersecțiilor sînt :

$$\bar{O} - B - \bar{A} - \bar{B} \text{ și respectiv } B_b - C_b - C.$$

	P	$\bar{P}$	O	$\bar{O}$	A	$\bar{A}$	B	$\bar{B}$	C	$\bar{C}$	A_B	B_B	C_B
1	1			1		1		1		1			1
2	1			1		1		1	1				1
3		1		1		1		1	1				1
4	1			1		1	1		1				1
5		1		1		1	1		1				1
6	1			1	1		1		1				1
7		1		1	1		1		1				1
8	1		1		1		1		1				1
9		1	1		1		1		1				1
10	1		1			1	1		1				1
11		1	1			1	1		1				1
12	1			1		1		1	1			1	
13		1		1		1		1	1			1	
14	1			1		1	1		1			1	
15		1		1		1	1		1			1	
16	1			1	1		1		1			1	
17		1		1	1		1		1			1	
18	1		1		1		1		1			1	
19		1	1		1		1		1			1	
20	1			1		1	1		1		1		
21		1		1		1	1		1		1		
22	1			1	1		1		1		1		
23		1		1	1		1		1		1		

Fig. 3

	P	$\bar{O}$	A	$\bar{A}$	B	$\bar{B}$	C	A_B	B_B	C_B
1	1	1		1		1				1
2		1		1		1	1			1
3					1		1			1
4			1		1		1		1	
5		1		1			1		1	
6		1			1		1	1		

Fig. 4

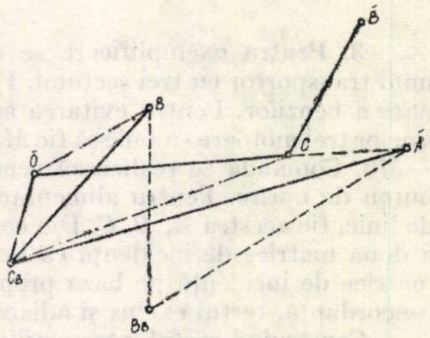


Fig. 5

Construind graful, în baza celei de a doua matrice de incidenţă, acesta apare ca în fig. 7. Schema de comandă coespunzătoare grafului din fig. 7 este reprezentată în fig. 8. Se obţine o schemă de comandă minimă, care satisface condiţiile impuse iniţial.

	1	2	3	4	5	6	P	$\overline{O}$	A	$\overline{A}$	B_1	B_2	$\overline{B}$	C_1	C_2	A_B	B_B	C_B
1	1						1	1		1			1					1
2		1						1		1			1	1				1
3			1									1		1				1
4				1					1			1			1		1	
5					1			1		1					1		1	
6						1		1			1				1	1		

Fig. 6

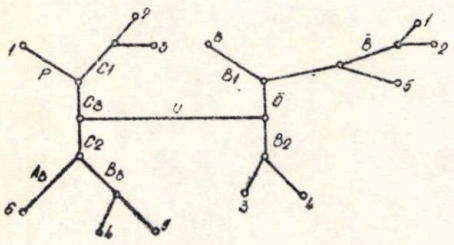


Fig. 7

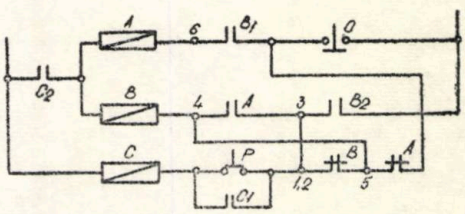


Fig. 8

4. În concluzie, se constată că este posibilă proiectarea schemelor cu contacte cu ajutorul metodelor topologice, putîndu-se soluționa problema cu ajutorul unui calculator numeric. Metoda prezintă avantajul că permite obținerea directă a schemelor minime (de exemplu scheme în punte), micșorează timpul de proiectare prin mecanizarea calculului și rezolvă problema de sinteză în ansamblu și nu pe funcții de alimentare.

Primită la 12 mai 1976

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizările energiei electrice
şi automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Chow J., Cassignol E., *Théorie et applications des graphes de transfert.* Dunod, Paris, 1965.
2. Плаксин В. А., *Построение графа цепи по второй матрице инциденции.* Изв. ВУЗ, Электромеханика, *7* (1969).
3. Murgan A., *Tehnici numerice.* Inst. polit., Buc., 1974.

ALGORITHME DE SYNTHÈSE STRUCTURALE DES SCHÉMAS COMBINATOIRES À L'AIDE DU GRAPHE ASSOCIÉ

(Résumé)

À l'aide des méthodes topologiques on constitue un algorithme de synthèse structurale des schémas de commutation.

Étant conçu le table de vérité du schéma, qui représente la deuxième matrice d'incidence du graphe associé au schéma, on forme la première matrice d'incidence utilisant l'arbre bifractionnaire. L'algorithme peut être utilisé d'une façon avantageuse par un calculateur numérique.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXI (XXV), Fasc. 1—2, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ, ELECTRONICĂ, AUTOMATIZĂRI

C.Z. 621—52

CONTRIBUȚII LA STABILIREA VALORII ALUNECĂRII NOMINALE OPTIME PENTRU ACȚIONĂRILE ELECTRICE CU VOLANT

DE

IURII MĂRGĂRINT ȘI GH. LIVINȚ

1. Introducere

În cazul acționării electrice a unei mașini de lucru, care dezvoltă un cuplu static rezistent pulsatoriu, armonic, de forma:

$$M_s = M_m + M_A \sin \omega_s t, \tag{1}$$

cuplul dezvoltat de motor, în regim stabilizat, considerînd caracteristica mecanică a motorului liniară, va fi de asemenea un cuplu pulsatoriu armonic:

$$M = M_m + \frac{M_A}{\sqrt{1 + T^2\omega_s^2}} \sin(\omega_s t + \varphi). \tag{2}$$

În relațiile (1) și (2) s-au utilizat notațiile uzuale: M_m — componenta medie a cuplului static rezistent, M_A — amplitudinea componentei armonice, ω_s — pulsația componentei armonice, T — constanta electromecanică de timp a sistemului de acționare. Pulsația ω_s este dată de relația:

$$\omega_s = k_0 \frac{2\pi}{t_c}, \tag{3}$$

unde t_c reprezintă durata unui ciclu de lucru, iar k_0 — numărul de oscilații complete pe un ciclu ale componentei armonice. De asemenea este cunoscut faptul că expresia constantei electromecanice de timp este:

$$T = \frac{GD^2 n_0 s_n}{375\, M_n}, \tag{4}$$

în care GD^2 reprezintă momentul de volant, n_0 — viteza de sincronism, M_n — cuplul nominal al motorului iar s_n — alunecarea nominală. Defazajul dintre componentele armonice ale cuplului motor și cuplului static este, în aceste condiții:

$$\varphi = \operatorname{arc\,tg}\, \omega_s T. \tag{5}$$

Comparînd expresiile (1) și (2) se constată că pe durata unui ciclu t_c, cuplul static rezistent și cuplul motor au componente medii M_m și pulsații ω_s egale. Componenta armonică a cuplului dezvoltat de motor are amplitudinea $M_M = M_A/\sqrt{1+\omega_s^2 T^2}$, mai mică de $\sqrt{1+\omega_s^2 T^2}$ ori în raport cu componenta armonică a cuplului rezistent și este defazată în urmă

față de aceasta cu unghiul φ (fig. 1). Coeficientul de reducere a amplitudinii, $\rho = \sqrt{1+\omega_s^2 T^2}$, și defazajul φ depind de alunecarea nominală a motorului prin intermediul constantei electromecanice de timp T. Odată cu creșterea alunecării nominale s_n scade rigiditatea caracteristicii mecanice a motorului, se măresc posibilitățile de intervenție ale maselor de volant ale sistemului de acționare în schimbul energetic dintre motor și mașina de lucru, ceea ce conduce la creșterea atenuării pulsațiilor cuplului motor.

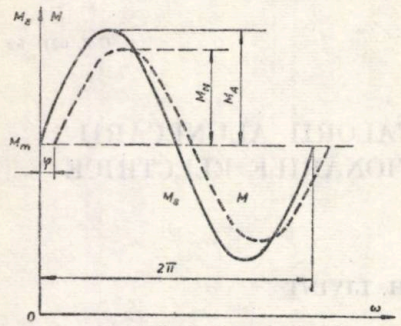


Fig. 1. — Variația în funcție de timp a cuplului static rezistent și a cuplului motor.

2. Alunecarea optimă

Pentru o acționare electrică dată, caracteristica mecanică pe porțiunea liniară este determinată de alunecarea nominală s_n. În regim permanent de funcționare alunecarea curentă variază între limitele s_1 și s_2 (fig. 2), corespunzătoare valorilor maxime și minime ale cuplului dezvoltat de motor. Variația de energie cinetică acumulată (cedată), datorită maselor de volant ale sistemului de acționare este:

$$(6) \quad \Delta E_c = \frac{1}{2} J(\omega_s^2 - \omega_1^2),$$

unde J este momentul de inerție, ω_1 și ω_2 — vitezele unghiulare corespunzătoare alunecărilor s_1 și s_2. Raportînd această variație de energie cinetică la variația maximă posibilă a energiei cinetice:

$$(7) \quad \Delta E_{cmax} = \frac{1}{2} J\omega_0^2,$$

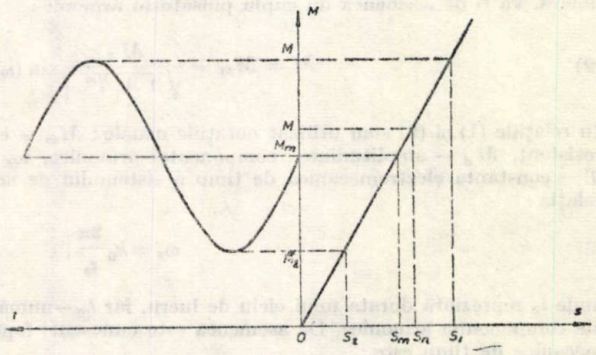


Fig. 2. — Variația punctului de funcționare a motorului pe caracteristica mecanică.

obținută pentru $\omega_2 = \omega_0$ (viteza de sincronism) și $\omega_1 = 0$, se determină variația relativă de energie cinetică:

$$(8) \quad \varepsilon = \frac{\omega_2^2 - \omega_1^2}{\omega_0^2}.$$

Înlocuind vitezele unghiulare ω_1, ω_2 cu expresiile:

$$(9) \quad \omega_1 = \omega_0(1 - s_1), \quad \omega_2 = \omega_0(1 - s_2),$$

rezultă:

(10) $$\varepsilon = (1 - s_2)^2 - (1 - s_1)^2.$$

Notînd, în plus, alunecarea medie cu $s_m = (s_1 + s_2)/2$, relația (10) devine:

(11) $$\varepsilon = 2(s_1 - s_2)(1 - s_m).$$

Pe porțiunea liniară a caracteristicii mecanice a motorului se poate scrie proporționalitatea alunecărilor și a momentelor:

(12) $$\frac{s_1}{M_1} = \frac{s_2}{M_2} = \frac{s_m}{M_m} = \frac{s_n}{M_n}.$$

De aici rezultă:

(13) $$s_1 - s_2 = \frac{s_n}{M_n}(M_1 - M_2) \text{ și } s_m = s_n \frac{M_m}{M_n}.$$

Ținînd seama de fig. 1, cuplurile M_1 și M_2 au expresiile:

(14) $$M_1 = M_m + \frac{M_A}{\sqrt{1+\omega_s^2 T^2}}, \quad M_2 = M_m - \frac{M_A}{\sqrt{1 + \omega_s^2 T^2}},$$

de unde rezultă:

(15) $$M_1 - M_2 = \frac{2M_A}{\sqrt{1 + \omega_s^2 T^2}}.$$

Avînd în vedere relațiile (13), (15) și (11) expresia variației relative de energie cinetică devine:

(16) $$\varepsilon = 4\frac{M_A}{M_n} \cdot \frac{s_n[1 - (M_m/M_n)s_n]}{\sqrt{1 + \omega_s^2 T^2}}.$$

În ultima relație atît constanta electromecanică de timp T cît și pulsația ω_s a componentei armonice depind de alunecarea nominală s_n. Astfel, dacă ω este viteza unghiulară a arborelui motorului și notînd cu i raportul de transmisie dintre motor și mașina de lucru și cu ω_s' viteza unghiulară a arborelui mașinii de lucru atunci:

(17) $$\omega = i\omega_s'.$$

Dacă în cursul unei rotații complete a arborelui mașinii de lucru componenta armonică a cuplului static rezistent execută k_0 oscilații complete este evident că:

(18) $$\omega_s = k_0\omega_s'.$$

Din relația (17) se obține:

(19) $$\omega_s = \frac{k_0\omega}{i},$$

în care făcînd substituția $\omega = \omega_0(1 - s_m)$ rezultă:

$$\omega_s = \frac{\omega_0 k_0}{i}\left(1 - \frac{M_m}{M_n} s_n\right). \tag{20}$$

Notînd:

$$\frac{M_n}{M_m} = a \tag{21}$$

și ținînd seama de relațiile (4), (20) și (16) expresia variației relative a energiei cinetice devine:

$$\varepsilon = 4\frac{M_A}{M_n} \cdot \frac{s_n\left(1 - \frac{s_n}{a}\right)}{\sqrt{1 + \left(\frac{GD^2 n_0 s_n}{375\, M_n}\right)^2 \frac{\omega_0^2 k_0^2}{i^2}\left(1 - \frac{s_n}{a}\right)^2}}. \tag{22}$$

În continuare, dacă se utilizează notațiile:

$$A = 4\frac{M_A}{M_n} \quad \text{și} \quad B = \frac{GD^2 n_0 \omega_0 k_0}{375\, M_n i}, \tag{23}$$

care sînt constante pentru un anumit sistem de acționare, se obține expresia variației relative de energie cinetică sub forma unei funcții avînd ca variabilă alunecarea nominală s_n:

$$\varepsilon = \frac{A s_n (a - s_n)}{\sqrt{a^2 + B^2 s_n^2 (a - s_n)^2}}. \tag{24}$$

Valoarea optimă a alunecării nominale s_n este acea valoare a alunecării pentru care variația de energie cinetică este maximă, deci contribuția maselor de volant ale sistemului de acționare în schimbul energetic dintre motor și mașina de lucru este maximă. Alunecarea nominală optimă se obține așadar din condiția anulării primei derivate în raport cu alunecarea nominală s_n a variației relative de energie cinetică:

$$\frac{d\varepsilon}{ds_n} = 0. \tag{25}$$

Efectuînd calculele rezultă:

$$\frac{d\varepsilon}{ds_n} = \frac{A(a - 2s_n)}{[a^2 + B^2 s_n^2 (a - s_n)^2]^{3/2}}, \tag{26}$$

iar din condiția de maxim se obține alunecarea nominală optimă

$$s_{n0} = \frac{a}{2}. \tag{27}$$

Introducînd valoarea acesteia în relația (24) se determină variația relativă maximă de energie cinetică:

$$\varepsilon_{max} = \varepsilon\left(\frac{a}{2}\right) = \frac{Aa}{\sqrt{16 + a^2 B^2}}. \tag{28}$$

3. Discuția rezultatelor

Pentru asigurarea condițiilor de stabilitate dinamică a sistemului de acționare și de încălzire a motorului, cuplul nominal al motorului M_n se consideră totdeauna mai mare ca valoarea medie a cuplului motor M_m, deci :

$$a = \frac{M_n}{M_m} > 1. \tag{29}$$

Prin urmare, alunecarea nominală optimă va fi totdeauna

$$s_{n0} > \frac{1}{2} = 0{,}5. \tag{30}$$

Acest rezultat contrazice datele din literatura de specialitate, în care pentru alunecarea nominală optimă se dau metode de calcul ce conduc în general la valori $s_{n0} < 0{,}5$, mai mult chiar, apropiate de valorile convenabile și posibil de adoptat. Deosebirea apare datorită faptului că pînă în prezent s-a considerat că pulsația cuplului rezistent ω_s este constantă și independentă de alunecarea nominală s_n dar în realitate ω_s este o funcție de s_n, dată de relația (20). Pentru $\omega_s =$ =const. se obține o expresie a variației relative a energiei cinetice de forma :

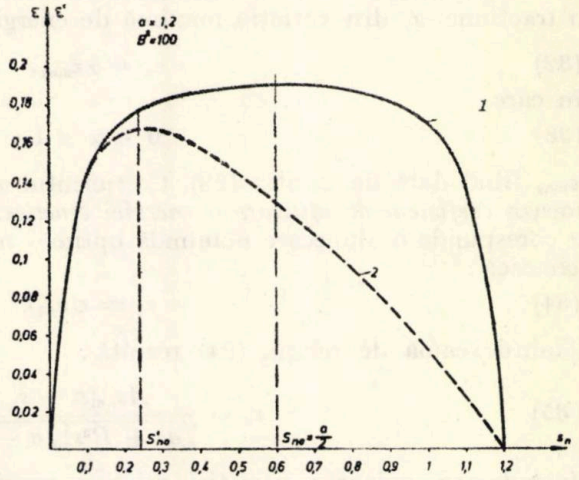


Fig. 3. — Variația relativă a energiei cinetice în funcție de alunecarea nominală.

$$\varepsilon' = \frac{As_n(a - s_n)}{\sqrt{a^2 + B^2 s_n^2}}. \tag{31}$$

Reprezentarea grafică a funcțiilor $\varepsilon = f(s_n)$ (curba *1*) și $\varepsilon' = f(s_n)$ (curba *2*) în fig. 3 relevă apariția unui maxim fals pentru ε' la valori ale alunecării nominale mari, dar mult mai mici ca $a/2$, valoarea maximă reală a lui ε obținîndu-se la alunecarea nominală $s_{n0} = a/2$. Pentru compensarea scăderii productivității mașinii de lucru pe seama alegerii unor alunecări nominale mărite, în literatură se recomandă alegerea convenabilă a raportului de transmisie i. În această situație, însă, apare o nouă variabilă, i, a cărei influență asupra valorii variației energiei cinetice nu era luată în considerație.

Din cele arătate rezultă că criteriul de maxim a variației energiei cinetice, utilizat în vederea determinării alunecării nominale optime, ducînd la valori inacceptabile pentru aceasta, nu poate fi aplicat în mod independent ci este necesar să fie avute în vedere și alte considerente pentru determinarea alunecării nominale optime. Deoarece s_{n0} nu va atinge practic valoarea $a/2$, înseamnă că în orice sistem de acționare se va utiliza numai

o parte din posibilităţile de intervenţie a maselor de volant în schimbul energetic dintre motor şi maşina de lucru.

4. Coeficientul de utilizare

Adoptînd o valoare convenabilă a alunecării nominale, se va utiliza o fracţiune, α, din variaţia maximă de energie cinetică :

$$\varepsilon_\alpha = \alpha \varepsilon_{max}, \tag{32}$$

în care

$$0 < \alpha < 1, \tag{33}$$

ε_{max} fiind dată de relaţia (28). Coeficientul α va fi denumit în cele ce urmează *coeficient de utilizare a energiei cinetice*. Pentru o valoare dată a lui α corespunde o alunecare nominală optimă, respectiv o variaţie de energie cinetică :

$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon(s_{n0}). \tag{34}$$

Ţinînd seama de relaţia (24) rezultă :

$$\varepsilon_\alpha = \frac{As_{n0}(a - s_{n0})}{\sqrt{a^2 + B^2 s_{n0}^2 (a - s_{n0})^2}}. \tag{35}$$

Introducînd valoarea variaţiei relative maxime de energie cinetică, dată de relaţia (28), în (32) şi avînd în vedere şi expresia (35) se obţine :

$$\frac{As_{n0}(a - s_{n0})}{\sqrt{a^2 + B^2 s_{n0}^2 (a - s_{n0})^2}} = \frac{\alpha A a}{\sqrt{16 + B^2 a^2}}. \tag{36}$$

Prelucrarea relaţiei (36) şi ordonarea după puterile descrescătoare ale lui s_{n0} conduce la ecuaţia :

$$s_{n0}^2 - a s_{n0} = - \frac{a^2 \alpha}{\sqrt{16 + B^2 a^2 (1 - \alpha^2)}} = - b, \tag{37}$$

de unde se obţine :

$$s_{n0} = \frac{a \pm \sqrt{a^2 - 4b}}{2}. \tag{38}$$

În ultima relaţie este necesar să se ia în consideraţie numai soluţia cu semnul minus în faţa radicalului, pentru a obţine doar valoarea convenabilă a alunecării nominale, mai mică ca $a/2$. Prin transformări corespunzătoare rezultă :

$$s_{n0} = \frac{a}{2}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{\alpha}{\sqrt{1 + \frac{a^2}{16} B^2 (1 - \alpha^2)}}}\right]. \tag{39}$$

Relaţia (39) pune în evidenţă dependenţa directă a alunecării nominale optime de coeficientul de utilizare a energiei cinetice. Valoarea optimă a acestui coeficient determină univoc şi valoarea optimă a alunecării nominale. Deoarece relaţia analitică dintre α şi s_{n0} apare suficient de complexă, se

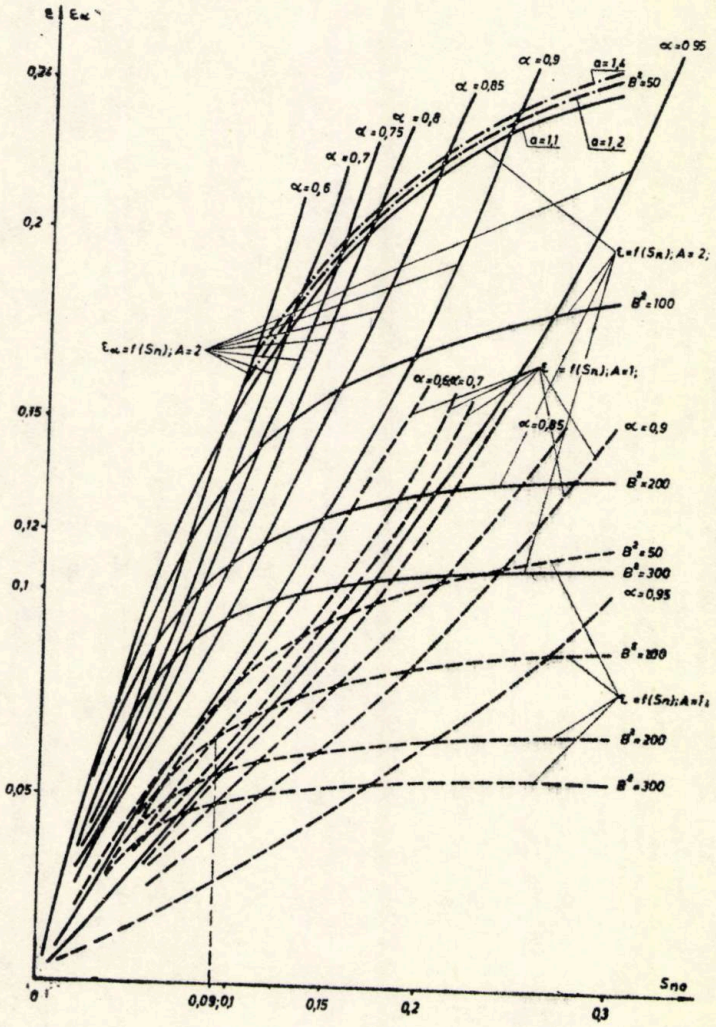
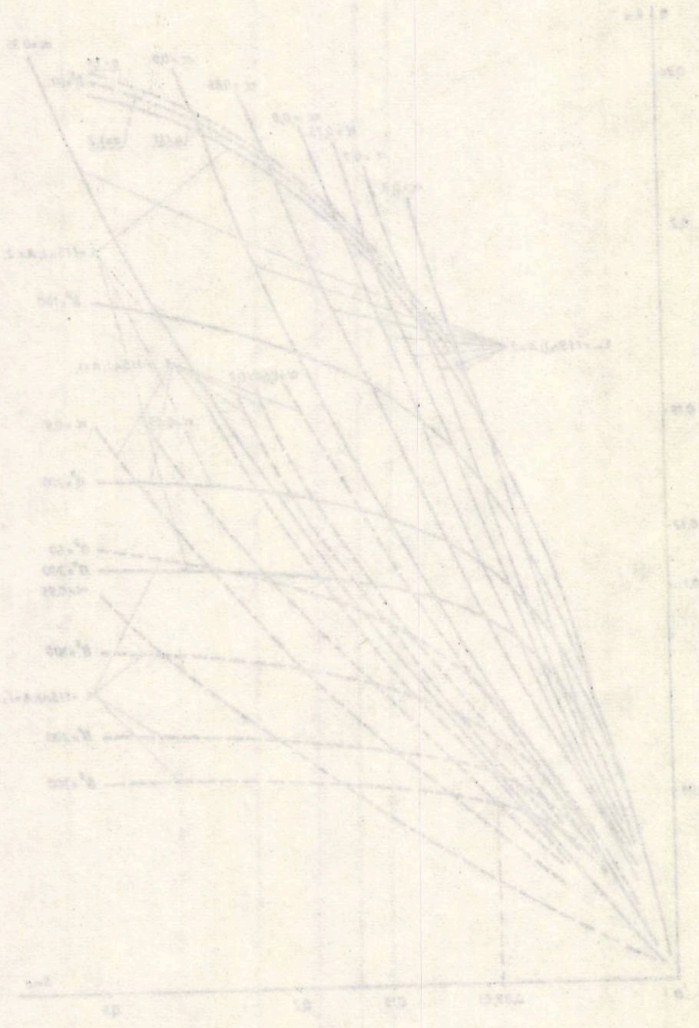


Fig. 4. — Familiile de caracteristici $\varepsilon = \varepsilon(s_n)$ şi $\varepsilon_\alpha = \varepsilon_\alpha(s_n)$.



poate recurge la o interpretare grafică a acestei dependențe. În acest scop se elimină parametrul B între relațiile care furnizează ε_α și s_{n0}, adică între relațiile (35) și (39). Prin transformări potrivite se obține expresia:

$$\varepsilon_\alpha = \frac{Aas_{n0}(a - s_{n0})\sqrt{1-\alpha^2}}{\sqrt{a^4 - 16s_{n0}^2(a - s_{n0})^2}}, \tag{40}$$

care exprimă legătura dintre variația de energie cinetică utilizată în sistemul de acționare și alunecarea nominală optimă determinată de coeficientul de utilizare α. Grafic problema se rezolvă în modul următor. Se trasează într-un sistem de coordonate $s_n O\varepsilon$ familia de curbe $\varepsilon = f(s_n)$ care exprimă variația relativă de energie cinetică în funcție de alunecarea nominală dată de relația (24), avînd ca parametri mărimile B^2 și A. În același sistem de axe se trasează și familia de curbe $\varepsilon_\alpha = f(s_{n0})$, care pun în evidență variația relativă de energie cinetică utilizată, dată de relația (40), avînd ca parametri mărimile α și A (fig. 4). Pentru un sistem de acționare dat, parametrii B^2, A și α fiind cunoscuți, se determină intersecția curbei $\varepsilon = f(s_n)$ corespunzătoare, cu curba $\varepsilon_\alpha = f(s_n)$ impusă de valoarea lui α. Abscisa punctului de intersecție al celor două curbe reprezintă valoarea căutată a alunecării nominale optime a motorului de acționare. Astfel, în fig. 4 s-a reprezentat cîte o familie de curbe $\varepsilon = f(s_n)$ și $\varepsilon_\alpha = f(s_n)$ pentru $A = 2$ (cu linie plină) și cîte o familie de curbe pentru $A = 1$ (cu linie întreruptă); pentru ceilalți parametri s-au ales valorile următoare: $B^2 = 50$; 100; 200; 300; $\alpha = 0{,}6$; 0,7; 0,75; 0,8, 0,85; 0,9; $a = 1{,}2$. Pentru $B^2 = 50$ și $A = 2$ s-au reprezentat curbele $\varepsilon = f(\alpha)$, pentru diferite valori ale parametrului $a = M_n/M_m$ și anume: 1,1; 1,2; 1,4.

Analizînd graficele din fig. 4 se observă că:

a) la valori constante ale mărimilor B^2, A, a, alunecarea nominală optimă, determinată prin intersecția curbelor $\varepsilon = f(s_n)$ și $\varepsilon_\alpha = f(s_n)$, crește odată cu coeficientul de utilizare impus;

b) la valori constante pentru A și α alunecarea nominală optimă scade odată cu creșterea parametrului B^2;

c) la valori constante pentru B^2 și α alunecarea nominală crește odată cu scăderea raportului $A = M_A/M_n$;

d) modificînd raportul $a = M_n/M_m$ se constată o diferență neînsemnată între curbele $\varepsilon = f(s_n)$, diferență care se evidențiază doar la valori reduse ale parametrului B^2.

Exemplu. Se ilustrează procedeul de determinare a alunecării nominale optime pentru cazul unui sistem de acționare caracterizat de următorii parametri: $B^2 = 100$; $A = 2$, $a = 1{,}2$; $\alpha = 0{,}7$. În acest caz expresiile variațiilor de energie cinetică $\varepsilon = f(s_n)$ și $\varepsilon_\alpha = f(s_n)$ devin:

$$\varepsilon = \frac{2s_n(1{,}2 - s_n)}{\sqrt{1{,}44 + B^2 s_n^2(1{,}2 - s_n)^2}} = \frac{2X}{\sqrt{1{,}44 + B^2X^2}}, \quad \varepsilon_\alpha = \frac{2{,}4s_n(1{,}2 - s_n)\sqrt{1-0{,}7^2}}{\sqrt{2{,}075 - 16\,s_n^2(1{,}2 - s_n)^2}} = \frac{1{,}185X}{\sqrt{1 - 7{,}72X^2}},$$

unde s-a utilizat notația $X = s_n(a - s_n) = s_n(1{,}2 - s_n)$.

Datele rezultate din calcul sînt conținute în tabelul 1.

Tabelul 1

s_n	0	0,02	0,04	0,06	0,08	0,10	0,12	0,15	0,20	0,30
ε	0	0,0387	0,0723	0,0991	0,1195	0,135	0,1472	0,1595	0,171	0,1825
ε_α	0	0,0281	0,0505	0,0824	0,1100	0,137	0,165	0,208	0,285	0,485

Se observă că la intersecţia celor două curbe, $\varepsilon = f(s_n)$ şi $\varepsilon_\alpha = f(s_n)$, trasate pe acelaşi grafic, din fig. 4, se obţine alunecarea nominală optimă $s_{n0} = 0{,}095$.

5. Concluzii

Din cele prezentate rezultă următoarele concluzii principale :

1. Criteriul de maximum al variaţiei energiei cinetice nu poate fi considerat drept un criteriu unic în vederea determinării alunecării nominale optime, deoarece conduce la valori inacceptabile ale alunecării nominale.

2. Definind un coeficient de utilizare a energiei cinetice şi ţinîndu-se seama şi de criteriul de maximum al variaţiei energiei cinetice, se stabileşte o metodă grafică expeditivă pentru determinarea valorii optime a alunecării nominale.

Primită la 23 iunie 1975

Institutul politehnic, Iaşi,
Catedra de utilizările energiei electrice şi automatizări

BIBLIOGRAFIE

1. Boţan N. V., Saal C., *Acţionarea electrică a mecanismelor cu volant.* Ed. Tehn., Buc., 1967.
2. Boţan N. V., *Bazele calculului acţionărilor electrice.* Ed. Tehn., Buc., 1970.
3. Braşovan M., Seracin E., *Metode noi de proiectare a acţionărilor electrice.* Ed. Acad. R.S.R., Buc., 1968.
4. Гейлер Л. Б., *Электропривод в тяжелом машиностроении.* Москва, 1958.

CONTRIBUTION À L'ÉTABLISSEMENT DE LA VALEUR NOMINALE OPTIMUM DU GLISSEMENT POUR LES COMMANDES ÉLECTRIQUES À VOLANT

(Résumé)

On présente une méthode de calcul du glissement nominal optimum des commandes électriques à volant, au cas réel de la dépendence du couple statique résistant en fonction du glissement nominal. En utilisant le criterium du maximum de la variation de l'énergie cinétique, on obtient des valeurs du glissement nominal très grandes, inacceptables en pratique.

Si l'on introduit un coefficient d'utilisation de l'énergie cinétique et tenant compte aussi du critérium du maximum de la variation de l'énergie cinétique, on établit une méthode graphique expéditive pour la détermination de la valeur optimum du glissement nominal.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C. D. 621.314.26

QUELQUES CONSIDÉRATIONS SUR UN INVERTEUR AVEC EXTINCTION INDÉPENDENTE DES THYRISTORS PRINCIPAUX

PAR

DAN MICU et MARIANA MICU

1. Les convertiseurs statiques de fréquence réalisés avec des élémentes semi-conducteurs de puissance, utilisés pour l'alimentation des moteurs asynchrones à tension et fréquence variables suivant une loi définie de réglage, ont permis l'utilisation de ce type de moteur pour une gamme d'équipements dans lesquels, il n'y a pas longtemps, le moteur de courant continu détenait la suprématie.

L'efficience d'une commande à moteur asynchrone avec le rotor en court-circuit, caractérisée par les indices de qualité du réglage, est déterminée en grande partie par le type de l'inverteur utilisé. Celui-ci doit présenter des pertes minima dans les circuits auxiliaires d'extinction, qui, en même temps, doivent assurer une sûre extinction des thyristors principaux, suivant une loi de réglage imposée.

En ce qui suit sera décrit le mode de fonctionnement et on va déterminer les paramètres théoriques du circuit d'extinction pour l'inverteur représenté dans la fig. 1, réalisé à l'aide des thyristors principaux $T_1 \dots T_6$, des thyristors d'extinction $T_{a1} \dots T_{a6}$, des condensateurs d'extinction $C_1 \dots C_6$ et des inductances $L_1 \dots L_3$.

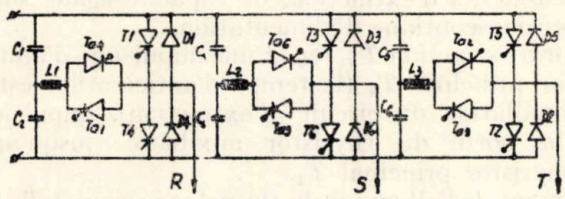


Fig. 1

2. L'inverteur est réalise en pont triphasé, l'extinction du thyristor principal en conduction en étant obtenue par la commande d'allumage du thyristor auxiliaire d'extinction correspondant, qui détermine l'intervention du circuit d'extinction de type oscillant *LC*, pendant le processus de commutation ; en reste celui-ci est séparé par rapport aux thyristors principaux.

Le courant de charge ne circule pas par l'inductance d'extinction qui devient ainsi moins volumineuse, éliminant un des désavantages d'autres schémas, à savoir, des grandes pertes dans le circuit d'extinction.

La présence des thyristors auxiliaires d'extinction assure un ferme amorçage du phénomène oscillant à la comande de blocage d'un thyristor principal, réalisant en même temps le chargement des condensateurs d'extinction par un élément semi-conducteur.

L'extinction est réalisée par le circuit d'extinction qui assure le courant de charge tout le long de la commutation, assurant de cette façon l'annulation du courant à travers le thyristor principal en conduction jusqu'en ce moment, le long de celui-ci s'appliquant en même temps la tension de blocage.

Le fonctionnement de l'inverteur sera étudié ci-dessous à l'aide des fig. 2 ... 5.

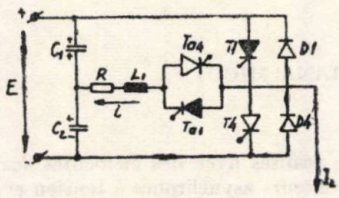


Fig. 2

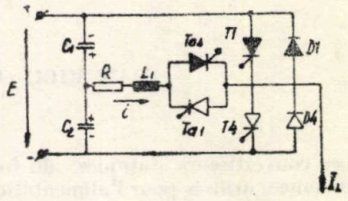


Fig. 3

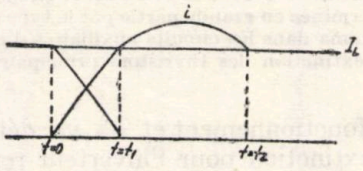


Fig. 4

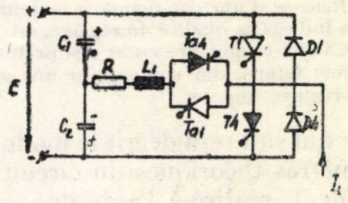


Fig. 5

3. Dans le moment antérieur aux commandes d'allumage sur les thyristors, les condensateurs d'extinction, de capacité égale, sont chargés avec la moitié de la tension continue d'alimentation.

Le thyristor d'extinction T_{a1} reçoit une impulsion d'allumage un instant avant le thyristor principal T_1 (le temps d'anticipation est égal avec une demi-période d'oscillation du circuit d'extinction), impulsion longue, qui persistera sur la porte du thyristor auxiliaire jusqu'après l'allumage commandé du thyristor principal T_1.

Dans le moment de l'allumage du thyristor principal T_1 celui-ci reprend le courant de charge et, en même temps, permet l'établissement des circuits de chargement des condensateurs C_1 et C_2. Ainsi, le condensateur C_2 va se charger dans le circuit : „+", T_1, T_{a1}, L_1, C_2, „−" (fig. 2) et le condensateur C_1 changera sa polarité initiale, comme l'on peut observer dans la fig. 2, dans le circuit C_1, L_1, T_{a1}, T_1.

Le thyristor auxiliaire T_{a1} permet le chargement des condensateurs C_1 et C_2 jusqu'au moment de l'annulation du courant par l'inductance L_1, moment qui coïncide avec son extinction. Le circuit d'extinction est découplé du circuit principal, les condensateurs C_1 et C_2 étant préparés pour l'extinction du thyristor principal T_1.

L'extinction du thyristor T_1 est provoqué au moment $t=0$ (fig. 3 et 4), par l'extinction du thyristor auxiliaire T_{a4}. Au fur et à mesure que le courant de décharge des condensateurs d'extinction C_1 et C_2 augmente, le courant de charge, présumé constant durant la commutation, sera assuré par le circuit d'extinction ; par conséquent le courant par le thyristor principal T_1 diminuera jusqu' à zéro, au moment ou $t = t_1$. Le courant de décharge augmente ensuite au dessus de la valeur du courant de charge et ce surplus sera conduit par la diode D_1, qui s'ouvre au moment $t = t_1$, déterminant une chute de tension en sens directe sur celle-ci, chute de tension qui sera appliquée au long du thyristor principal T_1, comme tension de blocage. Les conditions de blocage du thyristor T_1 étant réalisées, le courant conduit nul et la tension de blocage appliqué, celui-ci s'éteindra.

Le temps pendant lequel la diode D_1 conduit, égal avec celui pendant lequel le courant du circuit d'extinction dépasse la valeur du courant de charge, pour obtenir l'extinction sûre du thyristor T_1, doit être plus grand que le temps de rélachement de celui-ci.

Au moment $t = t_2$, la valeur du courant dans le circuit d'extinction redevient égale avec la valeur du courant de charge I_L ; depuis ce moment la diode de récupération de l'énergie stockée dans l'inductance de la charge va s'ouvrir.

4. On peut commander ensuite l'allumage du thyristor principal T_4, dans la situation où l'inverteur fonctionne avec la conduction ininterrompue des thyristors principaux sur toute la durée commandée destinée, où, dans la situation de la modulation en durée des impulsions avec la conduction successive de tous les deux thyristors d'une phase.

Dans le premier cas considéré, la thyristor auxiliaire T_{a4} sera maintenu allumé jusqu'après l'allumage du thyristor principal T_4 pour réaliser le chargement des condensateurs C_1 et C_2, conformément aux polarités indiquées dans la fig. 5. À l'extinction du thyristor T_{a4}, produite dans les mêmes conditions comme celles du thyristor T_{a1}, le circuit d'extinction découplé du circuit de force sera préparé pour l'extinction du thyristor principal T_4.

5. Pour déterminer les paramètres du circuit d'extinction de l'inverteur, on suivra ses différentes phases de fonctionnement, considérant le cas dans lequel les thyristors T_1 et T_4 conduisent successivement, la charge inductive étant suffisamment grande pour pouvoir considérer le courant de charge constant durant la commutation.

Nous allons considérer le schéma d'une phase de l'inverteur (fig. 6) avec les notations suivantes : C — la capacité des condensateurs d'extinction, L — l'inductance de la bobine d'extinction, R — la résistance équivalente au pertes (le circuit n'étant pas idéal), en série avec l'inductance d'extinction. Les condensateurs d'extinction ont la charge initiale :

$$U_{C_1} = U_{C_2} = U_C = \frac{E}{2}. \tag{1}$$

Considérons le premier moment de la succession des commandes — l'allumage du thyristor principal T_1, le thyristor auxiliaire T_{a1} en étant allumé.

Au long des ces deux contours, tenant compte aussi de (1), on pourra écrire les relations :

$$(2)\quad L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) - U_C + \frac{1}{C}\int_0^t i_1(\tau)\,\mathrm{d}\tau = 0,$$

$$(3)\quad L\frac{\mathrm{d}i(t)}{\mathrm{d}t} + Ri(t) - U_C + \frac{1}{C}\int_0^t i_2(\tau)\,\mathrm{d}\tau = E,$$

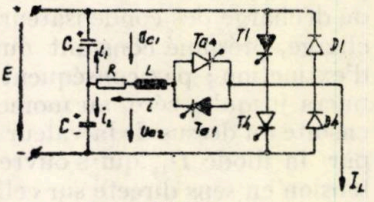


Fig. 6

$$(4)\quad i(t) = i_1(t) + i_2(t).$$

Puisque $I_1(0+) = I_2(0+)$, on peut écrire, en employant (1) ... (4), l'équation :

$$(5)\quad 2L\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + 2Ri_1 + \frac{1}{C}\int_0^t i_1\mathrm{d}t = E - U_C.$$

L'équation caractéristique a la forme :

$$(6)\quad 2Ls^2 + 2Rs + \frac{1}{C} = 0.$$

Dans l'hypothèse d'un régim oscillant et avec les notations :

$$(7)\quad \begin{cases} \delta = \dfrac{R}{2L},\ \omega = \sqrt{\dfrac{1}{2LC} - \dfrac{R^2}{4L^2}} \text{ ou } \omega_0 = \sqrt{\dfrac{1}{2LC}},\ \omega^2 = \omega_0^2 - \delta^2; \\ t_0 = 0+,\ i = I_i,\ \varphi = \operatorname{arc\,tg}\dfrac{\omega}{\delta}, \end{cases}$$

l'expression du courant aura la forme :

$$(8)\quad i_1 = \frac{E - U_C}{2\omega L}\,\mathrm{e}^{-\delta t}\sin\omega t - \frac{I_i\omega_0}{2\omega}\mathrm{e}^{-\delta t}\sin\,(\omega t - \varphi).$$

Pour des pertes relativement petites, on peut faire quelques simplifications, à savoir

$$(9)\quad \begin{cases} \omega \approx \omega_0, \\ X = \omega_0 L = \sqrt{\dfrac{L}{2C}} \approx \omega L \approx \dfrac{1}{\omega C},\ \varphi \approx \dfrac{\pi}{2},\ \sin\,(\omega t - \varphi) \approx \cos\,\omega t, \end{cases}$$

$$(10)\quad \frac{\delta}{\omega} = \frac{R}{2\omega L} \approx \frac{R}{2\omega_0 L} = \frac{R}{2X} = \frac{1}{2Q},$$

où $Q = X/R$ — facteur de qualité du circuit.

La relation du courant devient en cette situation :

$$i_1 = \left(\frac{E - U_C}{2X} \sin \omega t + \frac{I_t}{2} \cos \omega t \right) e^{-\frac{\omega}{2Q} t}. \tag{11}$$

Dans la situation réele qui correspond au moment de l'allumage des thyristors T_1 et T_{a1}, le courant initial par la bobine d'extinction est nul et la valeur de la tension de chargement du condensator est la moitié de la celle de la tension continue d'alimentation E. Alors l'équation du courant devient :

$$i_1 = \frac{U_C}{2X} e^{-\frac{\omega t}{2Q}} \sin \omega t \tag{12}$$

ou

$$i_1 = \frac{E}{4} \sqrt{\frac{2C}{L}} e^{-\frac{R}{2L} t} \sin \sqrt{\frac{1}{2LC}}\, t. \tag{12'}$$

Les tensions aux bornes des condensateurs d'extinction seront déterminées à l'aide des relations :

$$U_{C_1}(t) = U_C - \frac{1}{C} \int_0^t i_1(\tau) \mathrm{d}\tau, \tag{13}$$

$$U_{C_2}(t) = U_C - \frac{1}{C} \int_0^t i_2(\tau) \mathrm{d}\tau. \tag{14}$$

En remplaçant la valeur du courant déterminée à l'aide de (12) et avec les simplifications (9) on obtient :

$$U_{C_1}(t) = U_C e^{-\frac{\omega t}{2Q}} \cos \omega t, \tag{15}$$

$$U_{C_2}(t) = E - U_C e^{-\frac{\omega t}{2Q}} \cos \omega t. \tag{16}$$

Le thyristor T_{a1} s'éteindra au moment ou le courant par la bobine L sera nul ; ce moment correspond au chargement des condensateurs aux tensions :

$$U_{C_1}(t = T/2) = -\frac{E}{2} e^{-\frac{\pi}{2Q}}, \tag{17}$$

$$U_{C_2}(t = T/2) = E + \frac{E}{2} e^{-\frac{\pi}{2Q}}. \tag{18}$$

Si l'on introduit la notation $\frac{E}{2} e^{-\frac{\pi}{2Q}} = U_C^{(1)}$, on obtient les relations :

$$U_{C_1}(t = T/2) = -U_C^{(1)}, \tag{17'}$$

$$U_{C_2}(t = T/2) = E + U_C^{(1)}. \tag{18'}$$

Dans la fig. 7 sont représentées les graphiques des variations de la tension aux bornes des condensateurs et du courant par

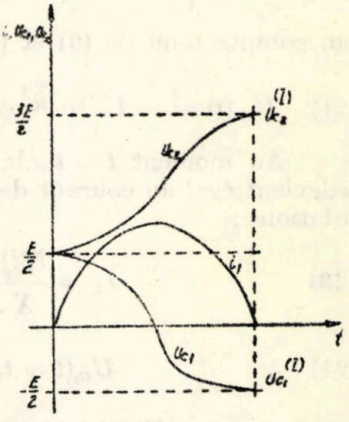


Fig. 7

le thyristor T_{a1} dans l'hypothèse d'un coefficient de qualité du circuit $Q = \infty$, sans l'extinction d'un thyristor principal.

6. Considérons le cas dans lequel il s'en suit l'extinction du thyristor principal T_1 par l'allumage du T_{a4}. Les tensions initiales avec lesquelles sont chargées les condensateurs d'extinction ont les valeurs $U_{C_1}^{(I)}$, $U_{C_2}^{(I)}$:

(17'') $U_{C_1} = U_{C_1}^{(I)}$, (18'') $U_{C2} = U_{C_2}^{(I)}$.

On établit de nouveau les circuits oscillants définis ci-dessus pour lesquels, dans les mêmes hypothèses et compte tenu de (17''), (18''), on obtient l'équation :

$$2L\frac{di_1}{dt} + 2Ri_1 + \frac{1}{C}\int_0^t i_1(\tau)\,d\tau = U_{C_1}^{(I)}, \tag{19}$$

avec la solution :

$$i_1 = \frac{U_{C_1}^{(I)}}{2X} e^{-\frac{\omega}{2Q}t} \sin \omega t, \tag{20}$$

ou bien :

$$i_1 = \frac{E}{4} e^{-\frac{\pi}{2Q}} \sqrt{\frac{2C}{L}} e^{-\frac{R}{2L}t} \sin \sqrt{\frac{1}{2LC}}\, t. \tag{20'}$$

Les tensions aux bornes des condensateurs varient conformément aux relations :

$$\begin{cases} U_{C_1}(t) = -U_{C_1}^{(I)} + \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i_1(\tau)\,d\tau, & 0 \leqslant t \leqslant t_1, \\ U_{C_2}(t) = U_{C_2}^{(I)} - \dfrac{1}{C}\displaystyle\int_0^t i_1(\tau)\,d\tau, \end{cases}$$

ou, compte tenu de (9) et (20) :

(21) $U_{C_1}(t) = -U_{C_1}^{(I)} e^{-\frac{\omega}{2Q}t} \cos \omega t$, (22) $U_{C_2}(t) = E + U_{C_1}^{(I)} e^{-\frac{\omega}{2Q}t} \cos \omega t$.

Au moment $t = t_1$, le courant débité par le thyristor auxiliaire T_{a4} redevient égal au courant de charge I_L ; pour ce moment on peut écrire les relations :

$$I_L = \frac{U_{C_1}^{(I)}}{X} e^{-\frac{\omega}{2Q}t_1} \sin \omega t_1, \quad \frac{\pi}{2} \leqslant t \leqslant \pi, \tag{23}$$

$$U_{C_1}(t = t_1) = U_{C_1}^{(II)} = -U_{C_1}^{(I)} e^{-\frac{\omega}{2Q}t_1} \cos \omega t_1, \tag{24}$$

$$U_{C_2}(t = t_1) = U_{C_2}^{(II)} = E + U_{C_1}^{(I)} e^{-\frac{\omega}{2Q}t_1} \cos \omega t_1. \tag{25}$$

Au moment t_1 la diode de récupération D_4 commence à conduire. Les équations pour le courant du circuit de commutation et les tensions des condensateurs seront déterminées en fonction des conditions initiales (23) ... (25), au moment t_2 le processus se terminant dans les conditions :

(26) $i(t = t_2) = 0,$ (27) $U_{C_1}(t = t_2) = U_{C2}^{(I)} = E + U_{C_1}^{(I)},$

(28) $$U_{C_2}(t = t_2) = - U_{C_1}^{(I)}.$$

On écrit les équations de contour avec les conditions initiales (24), (25) et on obtient comme solution la valeur du courant :

(29) $$i_1 = \left[\frac{E - U_{C_1}^{(I)}}{2\omega L} \sin \omega t - \frac{I_L}{2} \cdot \frac{\omega_0}{\omega} \sin (\omega t - \varphi) \right] e^{-\delta t}, \; t_1 \leqslant t \leqslant t_2.$$

Pour $t = t_2$, avec les conditions (26) et tenant compte de (9), on obtient :

(30) $$\left(\frac{E - U_{C_1}^{(II)}}{X} \sin \omega t_2 + I_L \cos \omega t_2 \right) e^{-\frac{\omega}{2Q} t_2} = 0,$$

ou

(31) $$U_{C_1}^{(II)} - E = I_L X \operatorname{ctg} \omega t_2, \; 0 < \omega t_2 \leqslant \pi.$$

Les tensions aux bornes des condensateurs auront la forme :

(32) $$U_{C_1}(t) = E + \left[\frac{XI_L}{2} \sin \omega t - (E - U_{C_1}^{(II)}) \cos \omega t \right] e^{-\frac{\omega}{2Q} t},$$

(33) $$U_{C_2}(t) = - \left[\frac{XI_L}{2} \sin \omega t - (E - U_{C_1}^{(II)}) \cos \omega t \right] e^{-\frac{\omega}{2Q} t}, \; t_1 \leqslant t \leqslant t_2.$$

Tenant compte des conditions finales (27) et (28), les équations deviennent :

(34) $$U_{C_1}(t = t_2) = E + \left[\frac{XI_L}{2} \sin \omega t_2 - (E - U_{C_1}^{(II)}) \cos \omega t_2 \right] e^{-\frac{\omega}{2Q} t_2},$$

(35) $$U_{C_2}(t = t_2) = - \left[\frac{XI_L}{2} \sin \omega t_2 - (E - U_{C_1}^{(II)}) \cos \omega t_2 \right] e^{-\frac{\omega}{2Q} t_2}.$$

Si on élimine la tension continue d'alimentation dans les relations (27), (31) et (34), on obtient l'expression :

(36) $$\frac{XI_L}{U_{C_1}^{(I)}} = \frac{2 \sin \omega t_2}{(1 + \cos^2 \omega t_2) e^{-\frac{\omega}{2Q} t_2}}.$$

À l'aide de la relation (31) on détermine le mode de variation du rapport $\frac{E}{U_{C_1}^{(I)}}$:

(37) $$\frac{E}{U_{C_1}^{(I)}} = \frac{U_{C_1}^{(II)}}{U_{C_1}^{(I)}} - \frac{XI_L}{U_{C_1}^{(I)}} \operatorname{ctg} \omega t_2.$$

Les paramètres de l'inverteur sont représentés par les relations (23), (36) et (37), en fonction de $\omega t_1/\pi$, pour des différentes valeurs du facteur de qualité Q du circuit oscillant, leur variation étant représentée dans la fig. 8, dans laquelle sont aussi figurées et les variations des tensions aux bornes des condensateurs C_1 et C_2.

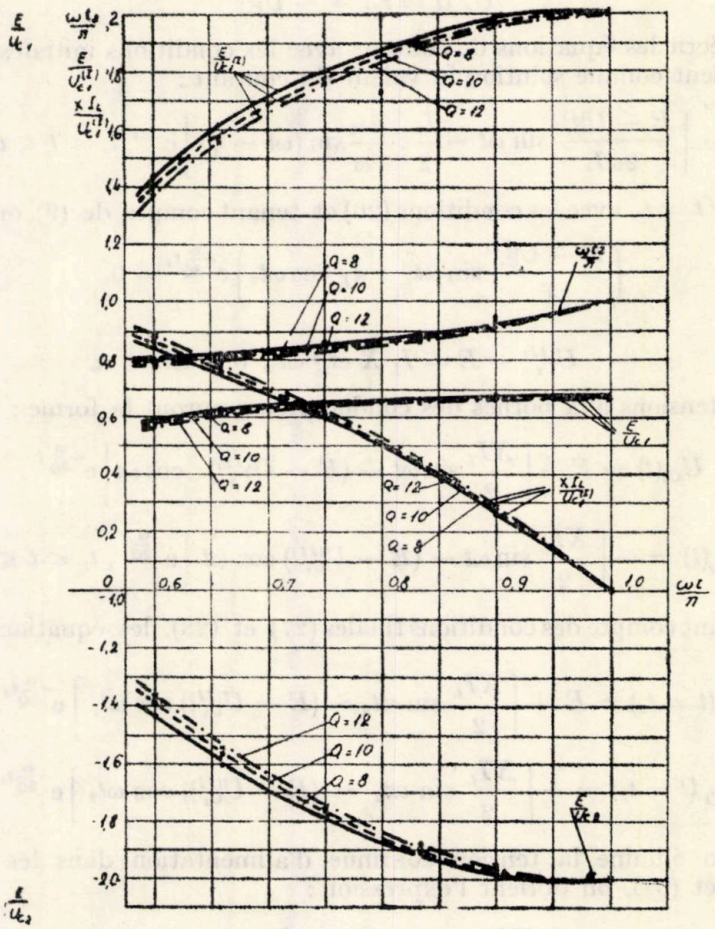


Fig. 8

À la fin de la période de conduction du thyristor T_1 on commandera l'extinction de celui-ci par l'allumage du thyristor auxiliaire T_{a1}, puis les phénomènes se déroulent d'une façon similaire aux situations analyseés ci-dessus.

7. Pour le choix des éléments d'extinction dans des conditions optimum (pertes de commutation minimum dans l'inverteur), on a établi que la surface

de la sinusoïde du courant du circuit oscillant est minimum lorsque la condition :

$$\frac{I_{max}}{I_L} = 1{,}5 \tag{38}$$

est satisfaite.

En cette situation on obtient :

$$\frac{\omega t_0}{2} = \arccos \frac{I_L}{I_m} = 0{,}84, \tag{39}$$

$$\frac{1}{\omega} = 2LC = 0{,}595\, t_0. \tag{40}$$

De la relation (23), pour $\omega t_1 = \pi/2$, on obtient :

$$I_{max} = \frac{U_{C_1}^{(I)}}{X} e^{-\frac{\pi}{4Q}} \approx 1{,}5\ I_L, \tag{41}$$

ou, tenant compte de (9)

$$X = \sqrt{\frac{L}{2C}} = \frac{U_{C_1}^{(I)}}{1{,}5\, I_L} e^{-\frac{\pi}{4Q}}. \tag{42}$$

Avec les relations (40) et (39) on détermine les valeurs L et C pour la tension et le courant imposés pour le type des thyristors choisis.

8. En comparant l'inverteur analysé avec l'inverteur Mc Murray on observe que les condensateurs d'extinction de l'inverteur analysé se comportent comme un condensateur unique de capacité double, chargé à une tension égale avec la moitié de la tension de la source d'alimentation.

La diagramme de la fig. 8 met en évidence la caractéristique de cet inverteur, d'auto-reglage de la tension de chargement des condensateurs en fonction du courant de charge inductif, spécifique pour l'inverteur Mc Murray.

Reçue le 27 septembre 1975 *ICPE, Bucarest*

BIBLIOGRAPHIE

1. McMurray W., *SCR Inverter Commutated by an Auxiliary Impulse.* IEEE Trans. on Commun. a. Electronics, **83**, *75*, 824—829 (1964).
2. Brenneisen J., Schönung A., *Bestimmungrössen des selbstgeführten Stromrichters in sperrspannungsfreier Schaltung bei Steuerung nach dem Unterschwingungsverfahren.* ETZ-A, **90**, *14*, 353—357 (1969).
3. Bedford B. D., Hoft R. G., *Principles of Invertor Circuits.* John Willey a. Sons, N. Y., 1964.

CÎTEVA CONSIDERAŢII ASUPRA UNUI INVERTOR CU STINGERE INDEPENDENTĂ A TIRISTOARELOR PRINCIPALE

(Rezumat)

Se analizează modul de funcţionare al unui invertor trifazat cu tiristoare, stabilindu-se relaţiile teoretice corespunzătoare pentru parametrii acestuia. Se reprezintă variaţia parametrilor invertorului în funcţie de variabila $\omega t_1/\pi$, pentru diferite valori ale factorului de calitate Q al circuitului.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

D.C. 621.311.152

CONTRIBUTIONS TO THE DETERMINATION OF THE OPTIMAL STRUCTURE OF THE INDUSTRIAL CONSUMERS FEED SYSTEMS WITH ELECTRICAL ENERGY

BY

D. IVAS and MIRCEA ILINCA

1. Introduction

The determination of the optimal structure of a power feed system for industrial consumers is usually done by comparing more variants.

The operation requires two stages: a) conceiving the possible variants, b) their comparison in order to choose the optimal one.

The first step is fundamental because the proposed variants must contain the optimal one, and the calculus volume in the second stage has to be kept at reasonable values.

The operations corresponding to the first stage are, generally speaking, difficult to be automated.

Here the specialist's skill plays a leading part [1].

Subsequently, a method of computerized raw determination of the optimal structure of a power feed system for industrial consumers is proposed, the results may be used by the designer for the synthesis of some variants close to the optimal one, variants which can, afterwards, be compared. The method leads to a model of dynamic programming. This model is based on the relation between the q indicatrix (non - operating probability) of a series element of the feed system and I — the investment corresponding to it.

2. The Principle of the Method

We consider the internal feed system at the „natural" safety level, as shown in Fig. 1.

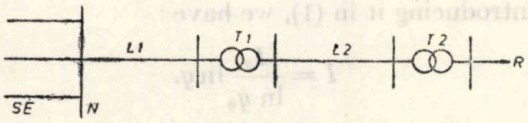


Fig. 1

The natural safety level (analogically termed after a natural power factor) is the one corresponding to a scheme with no reserve elements [2].

The external feed system being determined by other consumers, as well as by the internal requirements of the energy system, will not be taken into account. The optimal solution of the feed system can be obtained by reserving the elements compared in series. Considering that any of these elements may be formed of one, two or three units parallel (lines, transformers etc.), as shown in Fig. 2, we shall represent in Table 1 the values I and q for these cases.

Table 1

n	q	I
1	q_0	I_0
2	q_0^2	$2I_0$
3	q_0^3	$3I_0$
.	.	.
.	.	.
.	.	.
n	q_0^n	nI_0

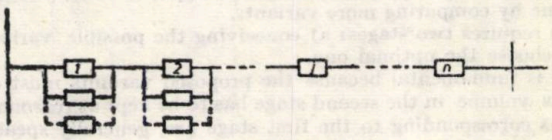


Fig. 2

Thus for the general case

(1) $$I = nI_0, \qquad (2) \qquad q = q_0^n.$$

Since the conditions :

(3) $$q_0 > 0, \quad q_0 \neq 0, \quad q \neq 0;$$

can be considered as being fulfilled, we obtain from relation (2) :

(4) $$\ln q = n \ln q_0,$$

i.e.

(5) $$n = \frac{\ln q}{\ln q_0},$$

from which, by introducing it in (1), we have :

(6) $$I = \frac{I_0}{\ln q_0} \ln q.$$

For computation on office computers we use the p indicatrix (operating probability) as it is more easily handled :

(7) $$p = 1 - q,$$

relation (6) becoming in this case

$$I = \frac{I_0}{\ln(1-P_0)} \ln (1-P). \tag{8}$$

Most convenient for computations of the natural logarithm is the serial development of function $\ln(1-x)$ by the well known relation :

$$\ln (1-x) = -\frac{x}{1} - \frac{x^2}{2} - \frac{x^3}{3} - \ldots - \frac{x^n}{n} - \ldots \tag{9}$$

For determining the optimal values for the q indicatrix of different elements, thence the optimal degree of redundancy, we shall modell the total annual expenses by means of the relation :

$$z = P_i I + C + D, \tag{10}$$

where : P_i — norm coefficient of economic efficiency, C — annual service expenses, D — damages due to breaks in electrical energy feed.

If we consider :

$$C_e = P_e I, \tag{11}$$

with P_e — dimensionless coefficient and

$$D = T_r D_0, \tag{12}$$

where

$$T_r = Tq \tag{13}$$

— total non - operating time (in h), T — number of annual operating hours, D_0 — specific damage (in lei/h), by writing :

$$d = TD_0.$$

relation (10) becomes

$$z = P_i I + P_e I + dq. \tag{15}$$

Considering the previous relations, the value of yearly investment and service charge for a series element j will be :

$$Z_j = (P_i + P_e) \frac{I_{0j}}{\ln q_{0j}} \ln q_j = A_j \ln q_j, \tag{16}$$

where

$$A_j = \frac{I_{0j}}{\ln q_{0j}} (P_i + P_e). \tag{17}$$

For the whole feed system formed of n series elements

$$q = \sum_{j=1}^{n} q_j, \tag{18}$$

$$z = \sum_{j=1}^{n} A_j \ln q_j + d \sum_{j=1}^{n} q_j = \sum_{j=1}^{n} (A_j \ln q_0 + dq_j). \tag{19}$$

This value has to be minimized by constraints :

$$\sum_{j=1}^{n} q_j \leqslant q_1, \quad 0 < q_1 < 1, \quad 0 < q_i < 1, \tag{20}$$

q_1 being the natural value for q, determined by the relation :

$$q_1 = \sum_{i=1}^{n} q_{0i}. \tag{21}$$

This problem can be solved by using the classical algorithm of a dynamic programming [5], for which a programme has been worked out.

The raw values of vector q_j are obtained from which the number of parallel elements may be deduced out of the relation (5).

3. Computation Routine

In the elaboration of the programme we had in view the possibility of it using for the computation of more versions, each of them differing from the other by the values of coefficient I_{0i}, q_{0i} and d. For this purpose a card file was used.

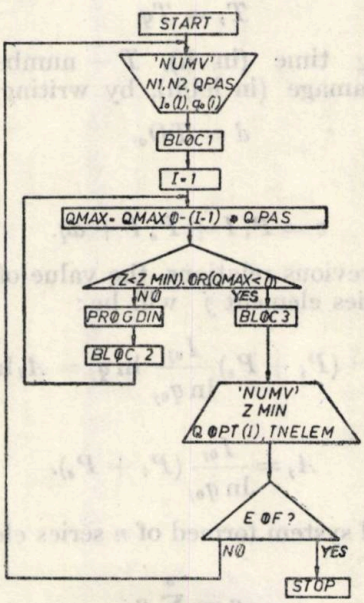


Fig. 3

The programme diagram is shown in Fig. 3. For a convenient exploittation of the programme we elaborated PR$\varnothing$GDIN subroutine which determines the optimum values of q_i variables.

The entry data are : NUMV — name of the variable to be computed, $N1$ — number of series elements, $N2$ — number of steps in which the interval 0 — Q MAX is partitioned, Q PAS — modification pass of the value, Q MAX — necessary for the calculation of the minimal expenses (Z MIN), I_{0i}, q_{0i} — the coefficients of the functions to be optimized.

After computation the following data are given in the form of a table : ZMIN — minimal value of the expenses, Q$\varnothing$PT — size of the q_i variables for which $z = \text{ZMIN}$, TNELEM — number of elements linked in parallel (the configuration of the scheme).

The programme comprises the following computation blocks :

BL$\varnothing$C 1 — the computation block for A_j coefficients and for the determination of the value $\text{QMAX}\varnothing = \sum_{i=1}^{n} q_{0i}$; BL$\varnothing$C 2—computes Z expenses step by step ; BL$\varnothing$C 3 — determines the structure of the scheme ;

$$\text{TNELEM}\ (I) = \frac{\ln\ (Q\varnothing\text{PT}\ (I)}{\ln\ (q_{0i})}\ . \tag{22}$$

4. Results and Conclusions

This method has been tested and the entrance data, as well as the results of the test for the unit shown in Fig. 1, are given in Table 2. It is obvious from these data that for any increase of the d indicatrix, the optimal value for the q_1 indicatrix in relation (21) decreases.

Table 2

D	0	10 000	500 000	1 750 000	2 000 000
TNELEM 1	0,75	0,92	1,51	1,85	1,85
TNELEM 2	1,2	1,6	2,38	2,8	2,8
TNELEM 3	0,49	0,6	0,84	0,99	0,99
TNELEM 4	0,86	1,04	1,47	1,72	1,72
Z	685	1 010	1 485	1 680	1686
q_{opt}	0,0074	0,00148	0,0000296	0,00000297	—

Subsequent to q_i decrease, the optimal values for q_j also decrease, therefore, the optimal number of parallel identical elements is increasing, the increase being determined by the corresponding ratio $I_0/\ln q_0$.

From the adopted data, which are close to reality, we infer that the optimal degree of reservation of the open — air transmission and cable lines is lower than that of the transformers; therefore, the optimal schemes are those in which two or more transformers (double radial, feeder, etc.) are connected to one line and in a smaller degree, those of line — transformer block type.

Received, April 12, 1976

Polytechnic Institute, Jassy,
Department of Electroenergetics

REFERENCES

1. Furkert W., Schaller D., Müller C., Schmockt E., *Methoden zur Planung des optimalen Ausbaus von Energieversorgungsnetzen.* Energietechnik, **18**, 7, 310—315 (1968).
2. Albert H., Bogan M., *Parametrii de siguranţă pentru dispozitive electrice de 110 şi 220 kV.* Energetica, **21**, 6, 274—281 (1973).
3. * * * *Normativ privind alimentarea cu energie electrică a consumatorilor industriali şi similari.* M. E. E., PE 124/72, Buc., 1972.
4. * * * *Instrucţiuni pentru calculul cheltuielilor minime actualizate pe perioada exploatării la lucrările de reţele electrice.* M. E. E., Buc., 1970.
5. Bellman R. E., Dreyfus S. E., *Programarea dinamică aplicată*, (transl. from English). Ed. Tehn., Buc., 1967.

CONTRIBUŢII LA DETERMINAREA STRUCTURII OPTIME A SISTEMELOR DE ALIMENTARE CU ENERGIE ELECTRICĂ A CONSUMATORILOR INDUSTRIALI

(Rezumat)

Pornind de la un model matematic adecvat pentru evaluarea cheltuielilor anuale legate de realizarea şi exploatarea sistemelor de alimentare cu energie electrică a consumatorilor industriali şi folosind într-un anume mod algoritmul programării dinamice, după Bellman, se obţine structura optimă teoretică a acestor sisteme, din punctul de vedere al redondanţei elementelor componente.

Această structură poate fi folosită pentru elaborarea de variante practice, pentru sistemele de alimentare cu energie electrică, variante care permit să fie comparate după tehnici clasice.

Se prezintă programul pentru calculator şi rezultatele obţinute la una din testările acestuia.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAŞI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secţia III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.D. 621.317.382; 621.316.26

LES EXPRESSIONS ANALYTIQUES DES PUISSANCES DES CIRCUITS PRIMAIRES (TRIPHASÉS SANS NUL) DES CENTRALES ET STATIONS ÉLECTRIQUES DANS LE CAS DE L'ASYMÉTRIE TOTALE*)

PAR

LAURIAN PREDA, EUGENIU VOINEA et VALERIU NAGACEVSKI

1. Dans ce qui suit on se propose, en partant des résultats antérieurs concernant l'asymétrie des courants, d'analyser l'asymétrie totale (de courants et de tensions), en employant la méthode des composantes symétriques

Dans la littérature [1] sont présentées les expressions analytiques des indications d'un wattmètre monophasé, qui est placé dans un système triphasé, sans neutre, dans le cas de nonsymétrie totale.

Notre contribution consiste à prouver que l'indication du wattmètre dépend aussi de la répartition des tensions et des courants déséquilibrés par rapport aux phases ; les relations établies en [1] sont valables uniquement pour certains cas particuliers, pour certaines répartition des tensions et des courants aux trois phases.

2. Soient U_1, U_2, U_3 trois valeurs quelconques des tensions de ligne, déséquilibrées, I_1, I_2, I_3 trois valeurs des courants déséquilibrés et φ le déphasage entre les composantes directes du courant et de la tension de phase. Si l'on connaît U_1, U_2, U_3 on peut déterminer les composantes directe et inverse de la tension de ligne et l'angle θ de déphasage entre les composantes directe et inverse du phaseur tension dont le module est maximum [8]. Les composantes directes et inverses des tensions de phase sont de $\sqrt{3}$ fois moindres que celles de ligne et elle sont déphasées de 30° en arrière, respectivement en avant. Si l'on connaît I_1, I_2, I_3 on détermine les grandeurs des composantes directe et inverse du phaseur courant dont le module est maximum [8].

Pour les trois tensions données il y a encore six possibilités de répartition dans les phases R, S, T ; de même pour les trois courants [8]. Ces situations possibles sont les suivantes :

---

*) Présentée dans la session scientifique de l'Institut Polytechnique de Jassy, 2—4 juillet 1970.

$$(1)\quad \begin{cases} \text{A. } U_{RS} > U_{ST} > U_{TR} \rightarrow U_S > U_R > U_T, \\ \text{B. } U_{ST} > U_{TR} > U_{RS} \rightarrow U_T > U_S > U_R, \\ \text{C. } U_{TR} > U_{RS} > U_{ST} \rightarrow U_R > U_T > U_S, \\ \text{D. } U_{RS} > U_{TR} > U_{ST} \rightarrow U_R > U_S > U_T, \\ \text{E. } U_{ST} > U_{RS} > U_{TR} \rightarrow U_S > U_T > U_R. \\ \text{F. } U_{TR} > U_{ST} > U_{RS} \rightarrow U_T > U_R > U_S, \end{cases}$$

$$(2)\quad \begin{cases} \text{A'. } I_R > I_S > I_T, \quad \text{D'. } I_R > I_T > I_S, \\ \text{B'. } I_S > I_T > I_R, \quad \text{E'. } I_S > I_R > I_T, \\ \text{C'. } I_T > I_R > I_S, \quad \text{F'. } I_T > I_S > I_R. \end{cases}$$

Donc, bien que les valeurs efficaces des tensions et des courants soient les mêmes, ainsi que l'angle φ, il y aura 36 situations différentes d'asymétrie totale, en fonction de la repartition des tensions et des courants par rapport aux trois phases. Ces situations ont été représentées d'une manière concentrée dans la fig. 1, où [8] :

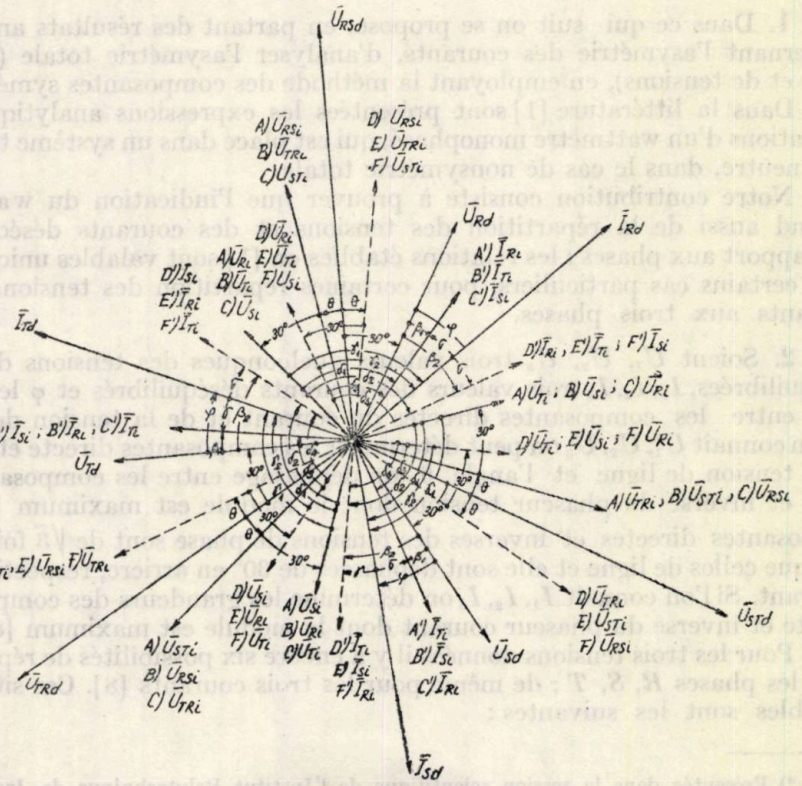


Fig. 1

a) Les composantes directes restent toujour les mêmes.

b) Dans les cas A, B, C les composantes inverses des tensions de ligne ($\underline{U}_{RS_i}$, $\underline{U}_{ST_i}$, $\underline{U}_{TR_i}$) sont déphasées en avant d'un angle θ par rapport aux composantes directes, tandis que dans les cas D, E, F elles sont déphasées en arrière d'un même angle θ ; si l'on passe de A à B, C, respectivement de D à E, F, les composantes inverses tournent en avant avec 120° chacune.

c) Les composantes inverses des tensions de phase sont de $\sqrt{3}$ fois moindres que celles de ligne et, dans tous les cas, déphasées en avant de 30°.

d) Dans les cas A′, B′, C′ les composantes inverses des courants sont déphasées en avant d'un angle σ par rapport aux composantes directes, pendant que dans les cas D′, E′, F′ elles sont déphasées en arrière du même angle σ ; la rotation s'effectue, comme pour les tensions, de 120° en avant.

Dans un circuit triphasé, un wattmètre monophasé peut être placé de neuf façons différentes, en obtenant pour chacune une déviation de l'aiguille que nous notons avec a, b, ... , i (tableau 1). Mais, même pour un certain montage du wattmètre et pour les mêmes groupes de valeurs efficaces des courants et des tensions, il y aura 36 indications de l'aiguille de l'appareil de mesure, correspondant aux 36 situations de distribution des courants et des tensions aux trois phases (1), (2).

Tableau 1

	I_R	I_S	I_T
U_{RS}	a	b	c
U_{ST}	d	e	f
U_{TR}	g	h	i

On peut observer, dans la fig. 1, les déphasages pour toutes ces situations, centralisées dans le tableau 2.

Les neuf indications a, b, ... , i représentent les puissances mesurées par l'appareil et sont proportionelles au produit scalaire des phaseurs de la tension de ligne et du courant. En négligeant le facteur d'échelle et puisqu'on constate une asymétrie totale, les tensions de ligne ainsi que les courants peuvent être décomposés dans leurs composantes directes et inverses, à savoir:

$$(3)\quad \begin{cases} a = (\underline{U}_{RS_d} + \underline{U}_{RS_i})(\underline{I}_{R_d} + \underline{I}_{R_i}) = \underline{U}_{RS_d}\underline{I}_{R_d}\cos(\underline{U}_{RS_d}, \underline{I}_{R_d}) + \\ + \underline{U}_{RS_d}\underline{I}_{R_i}\cos(\underline{U}_{RS_d}, \underline{I}_{R_i}) + \underline{U}_{RS_i}\underline{I}_{R_d}\cos(\underline{U}_{RS_i}, \underline{I}_{R_d}) + \underline{U}_{RS_i}\underline{I}_{R_i}\cos(\underline{U}_{RS_i}, \underline{I}_{R_i}), \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \end{cases}$$

Les angles qui interviennent dans les relations (3) sont donnés dans le tableau 2.

Par exemple, si l'appareil est placé conformément au schéma e ($\underline{U}_{ST}\underline{I}_S$, tableau 2) et l'on est dans le cas B d'asymétrie pour les tensions et F′ pour les courants, on a :

$$e_{BF'} = \underline{U}_{ST_B}\underline{I}_{S_{F'}} = (\underline{U}_{ST_d} + \underline{U}_{ST_{iB}})(\underline{I}_{S_d} + \underline{I}_{S_{iF'}}) = U_{ST_d}I_{S_d}\cos(30° + \varphi) +$$
$$+ U_{ST_d}I_{S_{iF'}}\cos(270° + \beta_2) + U_{ST_{iB}}I_{S_d}\cos(\gamma_1 - 30°) + U_{ST_{iB}}I_{S_{iF'}}\cos(\delta_2 + 210°).$$

Tableau 2

	$\underline{I}_{R_d}$	A′) $\underline{I}_{R_f}$ B′) $\underline{I}_{T_f}$ C′) $\underline{I}_{S_f}$	D′) $\underline{I}_{R_f}$ E′) $\underline{I}_{T_f}$ F′) $\underline{I}_{S_f}$	$\underline{I}_{S_d}$	A′) $\underline{I}_{S_f}$ B′) $\underline{I}_{R_f}$ C′) $\underline{I}_{T_f}$	D′) $\underline{I}_{S_f}$ E′) $\underline{I}_{R_f}$ F′) $\underline{I}_{T_f}$	$\underline{I}_{T_d}$	A′) $\underline{I}_{T_f}$ B′) $\underline{I}_{S_f}$ C′) $\underline{I}_{R_f}$	D′) $\underline{I}_{T_f}$ E′) $\underline{I}_{S_f}$ F′) $\underline{I}_{R_f}$
$\underline{U}_{RS_d}$	$30° + \varphi$	$30° + \beta_1$	$30° + \beta_2$	$150° + \varphi$	$270° + \beta_1$	$270° + \beta_2$	$270° + \varphi$	$150° + \beta_1$	$150° + \beta_2$
A) $\underline{U}_{RS_f}$ B) $\underline{U}_{TR_f}$ C) $\underline{U}_{ST_f}$	$\gamma_1 - 30°$	$\delta_1 - 30°$	$\delta_2 - 30°$	$\gamma_1 + 90°$	$\delta_1 + 210°$	$\delta_2 + 210°$	$\gamma_1 + 210°$	$\delta_1 + 90°$	$\delta_2 + 90°$
D) $\underline{U}_{RS_f}$ E) $\underline{U}_{TR_f}$ F) $\underline{U}_{ST_f}$	$\gamma_2 - 30°$	$\delta_3 - 30°$	$\delta_4 - 30°$	$\gamma_2 + 90°$	$\delta_3 + 210°$	$\delta_4 + 210°$	$\gamma_2 + 210°$	$\delta_3 + 90°$	$\delta_4 + 90°$
$\underline{U}_{ST_d}$	$270° + \varphi$	$270° + \beta_1$	$270° + \beta_2$	$30° + \varphi$	$150° + \beta_1$	$150° + \beta_2$	$150° + \varphi$	$30° + \beta_1$	$30° + \beta_2$
A) $\underline{U}_{ST_f}$ B) $\underline{U}_{RS_f}$ C) $\underline{U}_{TR_f}$	$\gamma_1 + 90°$	$\delta_1 + 90°$	$\delta_2 + 90°$	$\gamma_1 + 210°$	$\delta_1 - 30°$	$\delta_2 - 30°$	$\gamma_1 - 30°$	$\delta_1 + 210°$	$\delta_2 + 210°$
D) $\underline{U}_{ST_f}$ E) $\underline{U}_{RS_f}$ F) $\underline{U}_{TR_f}$	$\gamma_2 + 90°$	$\delta_3 + 90°$	$\delta_4 + 90°$	$\gamma_2 + 210°$	$\delta_3 - 30°$	$\delta_4 - 30°$	$\gamma_2 - 30°$	$\delta_3 + 210°$	$\delta_4 + 210°$
$\underline{U}_{TR_d}$	$150° + \varphi$	$150° + \beta_1$	$150° + \beta_2$	$270° + \varphi$	$30° + \beta_1$	$30° + \beta_2$	$30° + \varphi$	$270° + \beta_1$	$270° + \beta_2$
A) $\underline{U}_{TR_f}$ B) $\underline{U}_{ST_f}$ C) $\underline{U}_{RS_f}$	$\gamma_1 + 210°$	$\delta_1 + 210°$	$\delta_2 + 210°$	$\gamma_1 - 30°$	$\delta_1 + 90°$	$\delta_2 + 90°$	$\gamma_1 + 90°$	$\delta_1 - 30°$	$\delta_2 - 30°$
D) $\underline{U}_{TR_f}$ E) $\underline{U}_{ST_f}$ F) $\underline{U}_{RS_f}$	$\gamma_2 + 210°$	$\delta_3 + 210°$	$\delta_4 + 210°$	$\gamma_2 - 30°$	$\delta_3 + 90°$	$\delta_4 + 90°$	$\gamma_2 + 90°$	$\delta_3 - 30°$	$\delta_4 - 30°$

En analysant le tableau 2 on constate les déphasages suivants (en notant généralemant les angles avec α) :

$$30^\circ+\alpha;\quad 150^\circ+\alpha;\quad 270^\circ+\alpha;\quad \alpha-30^\circ;\quad \alpha+90^\circ;\quad \alpha+210^\circ.$$

On introduit les notations :

$$(4)\quad \begin{cases} U_{RS_d}=U_{ST_d}=U_{TR_d}=\sqrt{3}U_{S_d}=\sqrt{3}U_{T_d}=\sqrt{3}U_{R_d}=\sqrt{3}U_d, \\ U_{RS_i}=U_{ST_i}=U_{TR_i}=\sqrt{3}U_{R_i}=\sqrt{3}U_{S_i}=\sqrt{3}U_{T_i}=\sqrt{3}U_i, \\ I_{R_d}=I_{S_d}=I_{T_d}=I_d,\qquad I_{R_i}=I_{S_i}=I_{T_i}=I_i \end{cases}$$

et

$$(5)\quad \begin{cases} P_d=3U_dI_d\cos\varphi, & Q_d=3U_dI_d\sin\varphi, \\ p_d=3U_dI_i\cos\beta, & q_d=3U_dI_i\sin\beta, \\ p_i=3U_iI_d\cos\gamma, & q_i=3U_iI_d\sin\gamma, \\ P_i=3U_iI_i\cos\delta, & Q_i=3U_iI_i\sin\delta. \end{cases}$$

En tenant compte des relations (3)... (5) et si l'on note généralement P_d, p_d, p_i, P_i avec P et Q_d, q_d, q_i, Q_i avec Q, on obtient la correspondance suivante :

$$(6)\quad \begin{cases} \cos(30^\circ+\alpha)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\dfrac{1}{2}\sin\alpha \to \dfrac{P}{2}-\dfrac{Q}{2\sqrt{3}}, \\ \cos(150^\circ+\alpha)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha-\dfrac{1}{2}\sin\alpha \to -\dfrac{P}{2}-\dfrac{Q}{2\sqrt{3}}, \\ \cos(270^\circ+\alpha)=\sin\alpha \to \dfrac{Q}{\sqrt{3}}, \\ \cos(\alpha-30^\circ)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\dfrac{1}{2}\sin\alpha \to \dfrac{P}{2}+\dfrac{Q}{2\sqrt{3}}, \\ \cos(\alpha+90^\circ)=-\sin\alpha \to -\dfrac{Q}{\sqrt{3}}, \\ \cos(\alpha+210^\circ)=-\dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha+\dfrac{1}{2}\sin\alpha \to -\dfrac{P}{2}+\dfrac{Q}{2\sqrt{3}}. \end{cases}$$

À l'aide des relations (6) et du tableau 2 on obtient le tableau 3 qui concentre toutes les 324 (36×9) expressions analytiques des indications d'un wattmètre monophasé, branché dans un circuit triphasé à l'asymétrie totale.

Il résulte alors pour l'exemple considéré :

$$e_{BF'}=\frac{P_d}{2}-\frac{Q_d}{2\sqrt{3}}+\frac{q_{d_2}}{\sqrt{3}}+\frac{p_{i_1}}{2}+\frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}-\frac{P_{i_2}}{2}+\frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}.$$

Tableau 3

	$\underline{I}_{R_d}$	A′) $\underline{I}_{R_i}$ B′) $\underline{I}_{T_i}$ C′) $\underline{I}_{S_i}$	D′) $\underline{I}_{R_i}$ E′) $\underline{I}_{T_i}$ F′) $\underline{I}_{S_i}$	$\underline{I}_{S_d}$	A′) $\underline{I}_{S_i}$ B′) $\underline{I}_{R_i}$ C′) $\underline{I}_{T_i}$	D′) $\underline{I}_{S_i}$ E′) $\underline{I}_{R_i}$ F′) $\underline{I}_{T_i}$	$\underline{I}_{T_d}$	A′) $\underline{I}_{T_i}$ B′) $\underline{I}_{S_i}$ C′) $\underline{I}_{R_i}$	D′) $\underline{I}_{T_i}$ E′) $\underline{I}_{S_i}$ F′) $\underline{I}_{R_i}$
$\underline{U}_{RS_d}$	$\frac{P_d}{2} - \frac{Q_d}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_1}}{2} - \frac{q_{d_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_2}}{2} - \frac{q_{d_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_d}{2} - \frac{Q_d}{2\sqrt{3}}$	$\frac{q_{d_1}}{\sqrt{3}}$	$\frac{q_{d_2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{Q_d}{\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_1}}{2} - \frac{q_{d_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_2}}{2} - \frac{q_{d_2}}{2\sqrt{3}}$
A) $\underline{U}_{RS_i}$ B) $\underline{U}_{TR_i}$ C) $\underline{U}_{ST_i}$	$\frac{p_{i_1}}{2} + \frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_1}}{2} + \frac{Q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_2}}{2} + \frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{q_{i_1}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_1}}{2} + \frac{Q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_2}}{2} + \frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{p_{i_1}}{2} + \frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_1}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_2}}{\sqrt{3}}$
D) $\underline{U}_{RS_i}$ E) $\underline{U}_{TR_i}$ F) $\underline{U}_{ST_i}$	$\frac{p_{i_2}}{2} + \frac{q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_3}}{2} + \frac{Q_{i_3}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_4}}{2} + \frac{Q_{i_4}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{q_{i_2}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_3}}{2} + \frac{Q_{i_3}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_4}}{2} + \frac{Q_{i_4}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{p_{i_2}}{2} + \frac{q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{O_{i_3}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_4}}{\sqrt{3}}$
$\underline{U}_{ST_d}$	$\frac{Q_d}{\sqrt{3}}$	$\frac{q_{d_1}}{\sqrt{3}}$	$\frac{q_{d_2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{P_d}{2} - \frac{Q_d}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_1}}{2} - \frac{q_{d_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_2}}{2} - \frac{q_{d_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_d}{2} - \frac{Q_d}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_1}}{2} - \frac{q_{d_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_2}}{2} - \frac{q_{d_2}}{2\sqrt{3}}$
A) $\underline{U}_{ST_i}$ B) $\underline{U}_{RS_i}$ C) $\underline{U}_{TR_i}$	$-\frac{q_{i_1}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_1}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_2}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{p_{i_1}}{2} + \frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_1}}{2} + \frac{Q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_2}}{2} + \frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{i_1}}{2} + \frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_1}}{2} + \frac{Q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_2}}{2} + \frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$
D) $\underline{U}_{ST_i}$ E) $\underline{U}_{RS_i}$ F) $\underline{U}_{TR_i}$	$-\frac{q_{i_2}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_3}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_4}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{p_{i_2}}{2} + \frac{q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_3}}{2} + \frac{Q_{i_3}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_4}}{2} + \frac{Q_{i_4}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{i_2}}{2} + \frac{q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_3}}{2} + \frac{Q_{i_3}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_4}}{2} + \frac{Q_{i_4}}{2\sqrt{3}}$
$\underline{U}_{TR_d}$	$-\frac{P_d}{2} - \frac{Q_d}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{p_{d_1}}{2} - \frac{q_{d_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{p_{d_2}}{2} - \frac{q_{d_2}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{Q_d}{\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_1}}{2} - \frac{q_{d_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{d_2}}{2} - \frac{q_{d_2}}{3\sqrt{2}}$	$\frac{P_d}{2} - \frac{Q_d}{2\sqrt{3}}$	$\frac{q_{d_1}}{\sqrt{3}}$	$\frac{q_{d_2}}{\sqrt{3}}$
A) $\underline{U}_{TR_i}$ B) $\underline{U}_{ST_i}$ C) $\underline{U}_{RS_i}$	$-\frac{p_{i_1}}{2} + \frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_1}}{2} + \frac{Q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_2}}{2} + \frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{i_1}}{2} + \frac{q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_1}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_2}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{q_{i_1}}{\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_1}}{2} + \frac{Q_{i_1}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_2}}{2} + \frac{Q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$
D) $\underline{U}_{TR_i}$ E) $\underline{U}_{ST_i}$ F) $\underline{U}_{QS_i}$	$-\frac{p_{i_2}}{2} + \frac{q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_3}}{2} + \frac{Q_{i_3}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{P_{i_4}}{2} + \frac{Q_{i_4}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{p_{i_2}}{2} + \frac{q_{i_2}}{2\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_3}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{Q_{i_4}}{\sqrt{3}}$	$-\frac{q_{i_2}}{\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_3}}{2} + \frac{Q_{i_3}}{2\sqrt{3}}$	$\frac{P_{i_4}}{2} + \frac{Q_{i_4}}{2\sqrt{3}}$

Les indices 1, 2, 3, ou 4 des puissances p_d, q_d, p_i, q_i, P_i, Q_i correspondent aux mêmes indices des angles du tableau 2.

On constate, en analysant le tableau 3, que l'expression analytique de l'indication d'un wattmètre monophasé, placé sans nul artificiel, d'une façon quelconque (a, b, ... , i) dans un circuit triphasé, dans le cas de l'asymétrie totale, à la forme :

$$(7) \qquad x = k_1 P_d + k_2 Q_d + k_3 p_{d_n} + k_4 q_{d_n} + k_5 p_{i_m} + k_6 q_{i_m} + k_7 P_{i_r} + k_8 Q_{i_r},$$

où : k_1, k_2, ... , k_8 prennent des valeurs différentes (selon le tableau 3) en fonction de la manière dont on place l'appareil et de la répartition des tensions et des courants déséquilibrés par phases ; les indices n et m peuvent prendre la valeur 1 ou 2 et r =1, 2, 3, 4 en montrant que les pouvoirs changent leurs valeurs quand les tensions et les courants déséquilibrés changent leurs répartition par phases (v. les tableaux 2 et 3 et les relations (6)).

Conclusions

1. Les puissances qui circulent dans un circuit triphasé sans nul (c'est le cas, en général, des circuits primaires des centrales et des stations) peuvent être mises en évidence à l'aide d'un wattmètre monophasé, branché sans nul artificiel de l'une des neuf manières possibles (tableau 4).

2. L'expression analytique de l'indication de cet appareil est donnée par (3), où les divers puissances, valeurs des coefficients k et indices sont conformes au tableau 3, à la fig. 1 et aux relations (6).

3. Dans la bibliographie [1] ... [5] on donne les expressions analytiques des indications du wattmètre monophasé de la même forme que (7), en montrant que les diverses puissances (P_d, Q_d, ... , Q_i) restent toujours les mêmes et chaque coefficient (k_1, k_2, ... , k_8) prend des valeurs différentes, en trouvant neuf situations différentes en fonction de la manière dont on place l'appareil par rapport aux phases.

Notre contribution consiste à démontrer que pour chacune des neuf possibilités de brancher l'appareil il y a 36 indications différentes (donc, en total, $36 \times 9 = 324$ expressions analytiques, selon le tableau 3), en fonction de la repartition des trois mêmes valeurs efficaces déséquilibrées des tensions de ligne et des mêmes trois courants déséquilibrés par rapport aux phases, quoique l'angle φ de déphasage entre les composantes directes des tensions et des courants ne varie pas.

Les coefficients k_1, k_2, ... , k_8 peuvent donc prendre en total 324 valeurs et non pas seulement deux.

Reçue le 20 mars 1972

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Électroénergétique

BIBLIOGRAPHIE

1. Barbagelata A., *Considerazioni fondamentali sulle misure nei sistemi trifasi.* L'Electrotechnica, *3* (1930).
2. Лурие Л. С., *Кажущаяся мощность электрической цепи.* Электричество, *4* (1954).
3. Fränkel D., *Folosirea metodei componentelor simetrice la măsurarea puterii, respectiv energiei active şi reactive în sisteme trifazate cu trei conductori.* Electrotehnica, III, *2—3* (1955).

4. Preda M., Ambrozie C., *Posibilităţi de măsurare a puterii şi energiei reactive în reţelele trifazate nesimetrice.* Electrotehnica, V, *1* (1957).
5. Poeată Al. I., *Posibilităţi de utilizare a filtrelor de componente simetrice pentru ameliorarea funcţionării contoarelor de inducţie în regimuri nesimetrice.* Teză de doctorat, Inst. polit., Iaşi, 1966.
6. Preda L., *Analiza indicaţiilor unui wattmetru (contor) monofazat montat într-o reţea trifazată cu trei conductoare, în regim dezechilibrat (simplu simetric), la modificarea nesimetriei reţelei.* Bul. Inst. polit., Iaşi, XII (XVI), *3—4* (1966).
7. Preda L., *Analiza indicaţiilor unui wattmetru (contor) monofazat montat cu neutru artificial, într-o reţea trifazată cu trei conductoare, în regim dezechilibrat de curenţi.* Bul. Inst. polit. Iaşi, XV (XX), *3—4* (1969).
8. Preda L., *Sur la détermination des composantes symétriques par voie analytique dans un réseau triphasé a trois conducteurs.* Bul. Inst. polit., XIV (XIX), *3—4* (1968).

EXPRESIILE ANALITICE ALE PUTERILOR DIN CIRCUITELE PRIMARE (TRIFAZATE FĂRĂ NUL) ALE CENTRALELOR ŞI STAŢIILOR ELECTRICE, ÎN CAZUL NESIMETRIEI TOTALE

(Rezumat)

Se analizează asimetria totală, plecînd de la rezultatele cercetărilor anterioare în domeniul nesimetriei de curenţi, pe baza metodei componentelor simetrice.

Se demonstrează că pentru fiecare din cele nouă posibilităţi de montare a aparatului există 36 indicaţii diferite (deci, în total, 324 expresii analitice, conform tabelului 3), în funcţie de repartiţia aceloraşi trei valori efective dezechilibrate ale tensiunilor de linie şi aceloraşi trei curenţi dezechilibraţi în raport cu fazele.

BULETINUL INSTITUTULUI POLITEHNIC DIN IAȘI
Tomul XXII (XXVI), Fasc. 3—4, 1976
Secția III
ELECTROTEHNICĂ. ELECTRONICĂ. AUTOMATIZĂRI

C.Z. 535.241.431.001.24

SUR LE CALCUL DE L'ÉCLAIREMENT DANS LES INSTALLATIONS MUNIES AVEC DES PANNEAUX LUMINEUX RECTANGULAIRES

PAR

RADU FLORESCU, GH. SAVITESCU et CLAUDIA BOTEZ

1. Introduction

On expose, ci-dessous, une méthode de calcul de l'éclairement produit dans un point d'une surface par un panneau lumineux rectangulaire, ayant une position quelconque par rapport à la surface illuminée. Dans la littérature de spécialité [1] ... [4] on présente des méthodes de calcul seulement pour des positions déterminées du panneau lumineux réctangulaire par rapport au plan illuminé.

En considérant les hypothèses générales qu'on admet dans la littérature (panneau ayant la même luminance dans n'importe quel point et dont la surface est parfaitement diffusante) on établit une nouvelle forme de l'expression de la relation de calcul de l'éclairement produit par une surface lumineuse dans un point de la surface d'utilisation, à l'aide de la quelle on peut résoudre le problème proposé.

2. La relation de calcul de l'éclairement produit par une surface lumineuse dans un point de la surface d'utilisation

L'éclairement produit par une surface lumineuse parfaitement diffusante (S) dans un point P de la surface d'utilisation (T), (fig. 1), peut être calculé avec la relation [2], [4]:

$$E_{P(\pi_T)} = L \iint_{(S)} \frac{\cos\alpha \cos\beta}{\overline{MP}^2} \, ds, \tag{1}$$

où L est la luminance de la surface lumineuse.

Dans la fig. 1 on a noté par : $\vec{N}_{ds}$ — la normale à la surface (S) dans le point M, $\vec{N}_P$ — la normale à la surface (T) dans le point P, (π_T) — le plan tangent à la surface (T) dans le point P, (π_S) — le plan perpendiculaire à $\vec{N}_{ds}$ qui passe par P, M' — la projection du point M sur le plan (π_S), M'' —

la projection du point M' sur la droite (D) d'intersection des plans (π_T) et (π_S), $\vec{N}_{\pi_S}$ — la normale au plan (π_S) dans P.

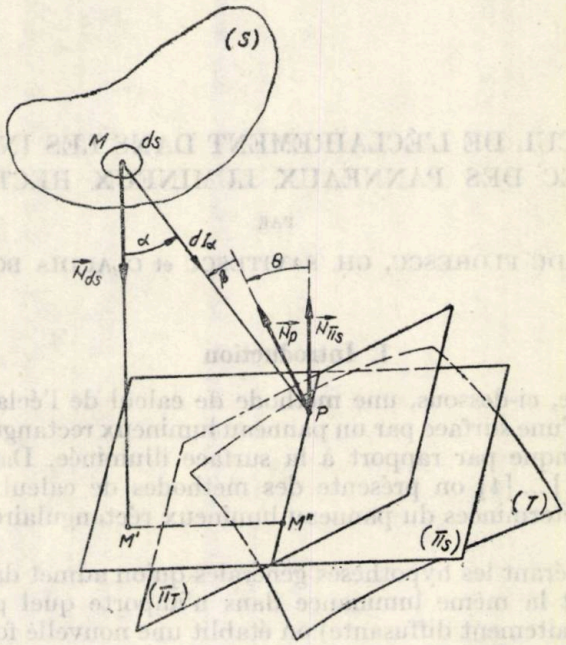


Fig. 1

En observant que :

$$\overline{MP} = \frac{1}{\cos\alpha}\,\overline{MM'}, \tag{2}$$

$$\cos\beta = \left(\cos\theta + \frac{\overline{M'M''}}{\overline{MM'}}\sin\theta\right)\cos\alpha \tag{3}$$

la relation (1) devient :

$$E_{P(\pi_T)} = L\iint_{(S)} \frac{\cos^4\alpha}{\overline{MM'}^2}\left(\cos\theta + \frac{\overline{M'M''}}{\overline{MM'}}\sin\theta\right)ds. \tag{4}$$

3. La relation de calcul de l'éclairement produit dans un point d'une surface par un panneau lumineux rectangulaire

L'élément de surface ds du panneau réctangulaire (S) (fig. 2) envoie l'intensité lumineuse $dI\alpha$ sur le point P de la surface d'utilisation. Ayant l'origine dans P, on choisit un système de coordonnées réctangulaires droit

$Pxyz$, dont les axes Px, Py sont situées dans le plan (π_S) et sont parallèles avec les côtés AB, respectivement AD, du panneau lumineux.

Les significations des notations utilisées dans la fig. 2 sont identiques aux celles de la fig. 1. Outre cela on a noté avec γ l'angle entre la droite (D) et l'axe Px et avec $h = \overline{MM'}$ la distance entre le panneau et le plan (π_S).

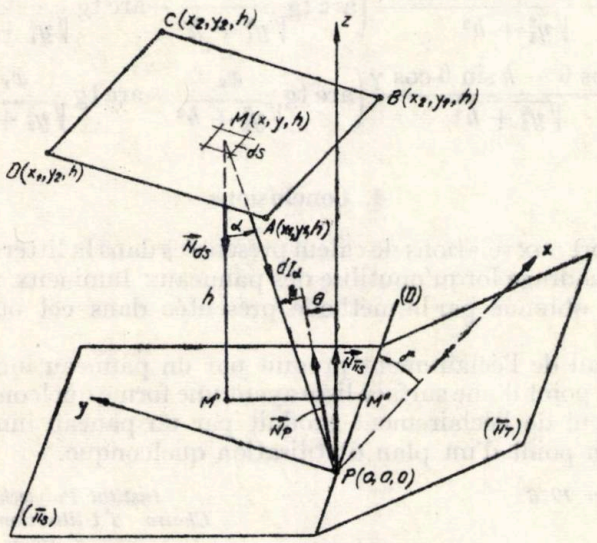


Fig. 2

Il résulte :

$$(5) \qquad \cos\alpha = \frac{h}{\sqrt{x^2 + y^2 + h^2}}, \qquad (6) \quad \overline{M'M''} = -x\sin\gamma + y\cos\gamma.$$

Substituant dans (4) les expressions (5) et (6), l'éclairement produit par le panneau lumineux dans le point P de la surface d'utilisation aura la forme :

$$E_{P(\pi_T)} = Lh^2\cos\theta\int_{x_1}^{x_2}\mathrm{d}x\int_{y_1}^{y_2}\frac{\mathrm{d}y}{(x^2+y^2+h^2)^2} -$$

$$(7)$$

$$-Lh\sin\theta\sin\gamma\int_{y_1}^{y_2}\mathrm{d}y\int_{x_1}^{x_2}\frac{x\,\mathrm{d}x}{(x^2+y^2+h^2)^2} + Lh\sin\theta\cos\gamma\int_{x_1}^{x_2}\mathrm{d}x\int_{y_1}^{y_2}\frac{y\,\mathrm{d}y}{(x^2+y^2+h^2)^2}.$$

En effectuant l'intégration on obtient :

$$E_{P(\pi_T)} = \frac{L}{2}\left[\frac{x_1\cos\theta + h\sin\theta\sin\gamma}{\sqrt{x_1^2+h^2}}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{y_1}{\sqrt{x_1^2+h^2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{y_2}{\sqrt{x_1^2+h^2}}\right) + \right.$$

$$+ \frac{x_2\cos\theta + h\sin\theta\sin\gamma}{\sqrt{x_2^2+h^2}}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{y_2}{\sqrt{x_2^2+h^2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{y_1}{\sqrt{x_2^2+h^2}}\right) + \tag{8}$$

$$+ \frac{y_1\cos\theta - h\sin\theta\cos\gamma}{\sqrt{y_1^2+h^2}}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{x_1}{\sqrt{y_1^2+h^2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{x_2}{\sqrt{y_1^2+h^2}}\right) +$$

$$\left. + \frac{y_2\cos\theta - h\sin\theta\cos\gamma}{\sqrt{y_2^2+h^2}}\left(\operatorname{arc\,tg}\frac{x_2}{\sqrt{y_2^2+h^2}} - \operatorname{arc\,tg}\frac{x_1}{\sqrt{y_2^2+h^2}}\right)\right].$$

4. Conclusions

Par rapport aux relations de calcul présentées dans la littérature [1] ... [4] concernant l'éclairage lorqu'onutilise des panneaux lumineux rectangulaires, la relation (8), obtenue par la méthode présentée dans cet ouvrage, permet par surcroit :

a) le calcul de l'éclairement produit par un panneau lumineux rectangulaire dans un point d'une surface lisse ayant une forme quelconque ;

b) le calcul de l'éclairement produit par un paneau lumineux rectangulaire dans un point d'un plan d'utilisation quelconque.

Reçue le 22 janvier 1976

Institut Polytechnique, Jassy,
Chaire d'Utilisations électriques et d'Automations

BIBLIOGRAPHIE

1. Henderson S. T., Marsden A. M., *Lamps and Lighting.* Edward Arnold (Publ.) Ltd., London, 1972.
2. Prisăcaru V., Huțanu C., Ioachim D., *Utilizările energiei electrice.* EDP, Buc., 1969.
3. Knorring G. M., *Proiectarea iluminatului electric*, (trad. du russe). I.D.T., Buc., 1954.
4. Gheorghiu N., Militaru P., *Teoria și practica iluminatului electric.* Ed. Tehn., Buc., 1970.

ASUPRA CALCULULUI ILUMINĂRII ÎN INSTALAȚIILE ECHIPATE CU PANOURI LUMINOASE DREPTUNGHIULARE

(Rezumat)

Se prezintă o metodă de calcul a iluminării produsă într-un punct al unei suprafețe de către un panou luminos dreptunghiular, avînd orientarea arbitrară în raport cu suprafața iluminată. Metoda propusă, luînd în considerare ipotezele general admise în literatură (panou cu luminanță constantă și suprafața perfect difuzantă), permite să se stabilească o formă nouă de exprimare a relației de calcul a iluminării dată de o suprafață luminoasă într-un punct al suprafeței de utilizare.

Nr. coli tipar 6,25

Tiparul executat sub comanda nr. 308 la Întreprinderea Poligrafică Iași, str. Vasile Alecsandri nr. 6.
REPUBLICA SOCIALISTĂ ROMANIA

1977 JAN

40822